УДК 514.11

Филипов О.Ю., ст. гр. ГЭ-14д,

Матузко Ю.О., к.физ.-мат.н., доц. – научный руководитель

ОСОБЕННОСТИ НАХОЖДЕНИЯ ПЛОЩАДИ ТРЕУГОЛЬНИКА В ГЕОМЕТРИИ ЛОБАЧЕВСКОГО

Запорожская государственная инженерная академия, кафедра ВПМ

Существует несколько моделей геометрии Лобачевского, мы будем рассматривать модель Пуанкаре в круге. В этой модели плоскостью Лобачевского является внутренность единичного круга. Граница этого круга называется абсолютом. Точками являются обычные евклидовы точки, принадлежащие плоскости Лобачевского, а прямыми — дуги евклидовых окружностей, ортогональных абсолюту, и диаметры абсолюта (рис. 1). Углы измеряются как обычные евклидовы углы между кривыми.

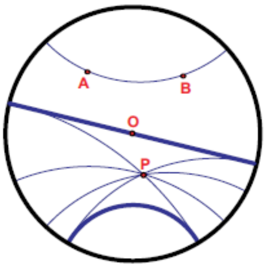

Рис. 1.

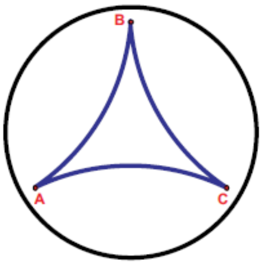

Рис. 2.

Треугольник в модели Пуанкаре в круге состоит из дуг окружностей, и сумма его углов меньше π (рис. 2). Поэтому необходимо ввести величину δ, называемую дефектом и равную $\pi-\alpha-\beta-\gamma$, где α,β,γ — углы треугольника. Легко видеть, что дефект треугольника обладает следующими свойствами:

$$1).\delta > 0; \quad 2).\Delta 1=\Delta 2 \Rightarrow \delta 1=\delta 2; \quad 3).\,\Delta=\Delta 1\cup\Delta 2 \Rightarrow \delta=\delta 1+\delta 2\ .$$

Видно, что дефект треугольника удовлетворяет всем свойствам площади. Оказывается, что в геометрии Лобачевского сумма углов представляется виде:

$$S(6)=\delta=\pi\ .$$

В этом состоит одно из существенных отличий геометрии Лобачевского от геометрии Евклида: в евклидовой геометрии нельзя выразить площадь треугольника через его углы.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Норден А. П. Элементарное введение в геометрию Лобачевского. М.: ГИИТЛ, 1953.
2. Прасолов В. В. Геометрия Лобачевского. 3-е изд. М.: МЦНМО, 2004.