

УДК 531.391.5

Кононов Дмитро Олександрович⁽¹⁾, доцент, кандидат технічних наук**Кобрін Юрій Григорович**⁽¹⁾, аспірант**Шевченко Ірина Артурівна**⁽²⁾, доцент, кандидат технічних наук**Васильченко Тетяна Олександрівна**⁽²⁾, доцент, кандидат технічних наук

ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МОЛОТКОВОЇ ДРОБАРКИ

⁽¹⁾ Національна металургійна академія України, м. Дніпро⁽²⁾ Запорізька державна інженерна академія

Виконано теоретичні дослідження динамічних характеристик молоткової дробарки за допомогою рівняння Лагранжа другого роду для подвійного фізичного маятника. Складено диференціальні рівняння руху динамічної системи: ротора та робочих органів дробарки (молотків).

Ключові слова: молоткова дробарка, ротор, молоток, рівняння Лагранжа другого роду, дослідження

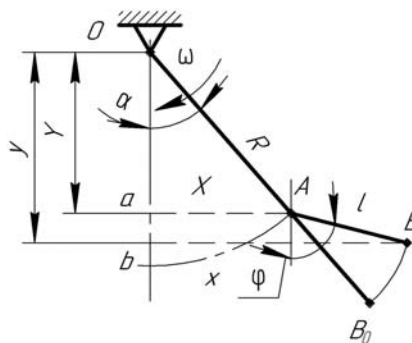
Вступ. Молоткові дробарки руйнують матеріал вільним ударом у полі відцентрових сил і дозволяють одержувати продукт більш високої якості за меншої кількості стадій дроблення ніж дробарки, де застосовують роздавлювання (валкові дробарки) та стирання (щоківі дробарки). Проте зазначені дробарки не отримали достатнього розповсюдження через менші показники надійності порівняно з дробарками роздавлювальної та стиральної дії, а також низки недоліків, найбільш суттєвими з яких є значні витрати електроенергії та нерівномірний склад продукту подрібнення. Це пов'язано з тим, що під час експлуатації робочі органи молоткової дробарки (ротор і молотки) зазнають сукупної дії робочих навантажень, які спричиняють нестационарний режим роботи, що призводить до передчасного виходу з ладу опорних підшипникових вузлів [1].

Постановка завдання. Виконати теоретичні дослідження динамічних характеристик і встановити вихідні дані для проектування нових дробарок.

Головна частина досліджень. Молоткова дробарка складається з ротора, що обертається навколо осі O , за окружності якого розташовано та закріплено молотки AB (рис. 1).

Припускають, що молотки під час удару об подрібнювальний матеріал відхиляються від радіального положення та починають коливатися навколо точки A , а також обертатися разом з ротором навколо його осі. Тому ротор і молоток розглядають як подвійний фізичний маятник, до якого можна застосовувати рівняння Лагранжа другого роду. Як узагальнені координати обирають кут повороту ротора α та кут відхилення

молотка φ , а також відхилення молотка щодо відносного руху δ .



R , α , ω - радіус; кут повороту ротора та його кутова швидкість відповідно; φ - кут відхилення молотка; A , l - точка кріплення та довжина молотка відповідно; $l = AB$; a , b - положення молотка до і після відхилення відповідно; B , B_0 - положення незакріпленого краю молотка до та після відхилення відповідно; X , Y - положення ротора у двох площинах; x , y - положення молотка у двох площинах

Рисунок 1 – Схема робочих органів дробарки

З рис. 1 можна записати:

$$\begin{cases} x = R \cdot \sin \alpha + l \cdot \sin \varphi, \\ y = R \cdot \cos \alpha + l \cdot \cos \varphi. \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} X = R \cdot \sin \alpha, \\ Y = R \cdot \cos \alpha. \end{cases} \quad (2)$$

$$\delta = x - X = l \cdot \sin \alpha. \quad (3)$$

Кінетична енергія молотка:

$$T = 0,5M(X^2 + Y^2) + 0,5m \cdot (x^2 + y^2), \quad (4)$$

де M , m – маса ротора та молотка відповідно.

Після перетворень отримують:

$$T = 0,5(M + m) \cdot R^2 \cdot (\delta \alpha)^2 + 0,5l^2 \cdot (\delta \varphi)^2 +$$

$$+m \cdot R \cdot l \cdot \cos(\alpha - \varphi) \cdot \delta\alpha\delta\varphi, \quad (5)$$

де $\delta\alpha$, $\delta\varphi$ – відхилення ротора та молотка під час удару відповідно.

Потенційна енергія молотка:

$$\Pi = M \cdot g \cdot Y + m \cdot g \cdot y \quad (6)$$

або

$$\begin{aligned} \Pi &= M \cdot g \cdot R \cdot \cos \alpha + m \cdot g \cdot R \cdot \cos \alpha + \\ &+ m \cdot g \cdot l \cdot \cos \varphi = \\ &= (M + m) \cdot g \cdot R \cdot \cos \alpha + m \cdot g \cdot l \cdot \cos \varphi. \end{aligned} \quad (7)$$

Функцію Лагранжа позначають через L , тоді:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \alpha'} = (M + m) \cdot R^2 \cdot \alpha' + m \cdot R \cdot l \cdot \cos(\alpha - \varphi) \cdot \varphi'; \\ \frac{\partial L}{\partial \varphi'} = m \cdot l^2 \cdot \varphi' + m \cdot R \cdot l \cdot \cos(\alpha - \varphi) \cdot \alpha'; \\ \frac{\partial L}{\partial \alpha} = -(M + m) \cdot g \cdot R \cdot \sin \alpha - m \cdot R \cdot l \cdot \sin(\alpha - \varphi) \cdot \alpha' \varphi'; \\ \frac{\partial L}{\partial \varphi} = -m \cdot g \cdot l \cdot \sin \varphi + m \cdot R \cdot l \cdot \sin(\alpha - \varphi) \cdot \alpha' \varphi', \end{cases} \quad (8)$$

де α' , φ' – перші похідні параметрів α і φ .

Після перетворень рівняння Лагранжа можна записати:

$$\begin{cases} \alpha'' + \frac{g}{R} \cdot \alpha = -\frac{m}{M + m} \cdot \frac{l}{R} \cdot \varphi; \\ \varphi'' + \frac{g}{l} \cdot \varphi = -\frac{R}{l} \cdot \alpha. \end{cases} \quad (9)$$

Рівняння (9) є ідентичними рівнянням вигляду:

$$\begin{aligned} X'' + \left(\frac{g}{R} + \frac{m \cdot g}{M \cdot l} + \frac{m \cdot g}{M \cdot R} \right) \cdot X &= \frac{m \cdot g}{M \cdot l} \cdot x, \\ x'' + \frac{g}{l} \cdot x &= \frac{g}{l} \cdot X. \end{aligned} \quad (10)$$

Вводять позначення:

$$\begin{aligned} m / M &= \mu, \quad k_1^2 = g / l, \\ k_2^2 &= g / R, \quad k_1^2 / k_2^2 = c^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Тоді

$$\begin{aligned} X'' + k_2^2 \cdot (1 + \mu \cdot c^2 + \mu) \cdot X &= \mu \cdot k_1^2 \cdot x; \\ x'' + k_1^2 \cdot x &= k_1^2 \cdot X; \\ k_1^2 &= k_2^2 = \omega_0^2. \end{aligned} \quad (12)$$

Для інтегрування рівнянь (12) припускають:

$$x = A \cdot \exp(i \cdot \lambda \cdot t); \quad X = B \cdot \exp(i \cdot \lambda \cdot t). \quad (13)$$

де λ , i – деякі сталі коефіцієнти.

Після підставлення формул (13) до рівнянь (12) можна записати:

$$\begin{aligned} A \cdot (\omega_0^2 - \lambda^2) &= B \cdot \omega_0^2; \\ B \cdot [\omega_0^2 \cdot (1 + 2 \cdot \mu) - \lambda^2] &= A \cdot \mu \cdot \omega_0^2. \end{aligned} \quad (14)$$

Кожне з рівнянь (14) записують відповідно до параметра B і після їх подальшого прирівнювання одержують квадратне рівняння відносно λ^2 :

$$(\lambda^2 - \omega_0^2)^2 + 2 \cdot \mu \cdot \omega_0^2 (\omega_0^2 - \lambda^2) = \mu \cdot \omega_0^2. \quad (15)$$

Позначають корені рівняння (15) через $\lambda^2 = \omega^2$ і $\lambda'^2 = \omega'^2$.

Тоді загальне розв'язання рівняння (12), що записане у дійсній формі, має вигляд:

$$\begin{aligned} x &= a \cdot \cos \omega t + b \cdot \sin \omega t + a' \cdot \cos \omega' t + b' \cdot \sin \omega' t; \\ X &= \gamma \cdot a \cdot \cos \omega t + \gamma' \cdot b \cdot \sin \omega t + \gamma'' \cdot a' \cdot \cos \omega' t + \\ &+ \gamma''' \cdot b' \cdot \sin \omega' t, \end{aligned} \quad (16)$$

де γ , γ' – значення відношення B/A , що отримано з рівнянь (15) за підстановки до них відповідно $\lambda^2 = \omega^2$ і $\lambda'^2 = \omega'^2$: $\gamma = -\mu^{0.5}$, $\gamma' = +\mu^{0.5}$. Звідки: $\gamma' - \gamma = 2\mu^{0.5}$.

Приймають початкові умови на момент $t = 0$: $x = 0$; $x' = 0$; $X = 0$; $X' = c$.

Тоді остаточне розв'язання рівнянь (16) має вигляд:

$$\begin{aligned} x &= \frac{c}{\gamma - \gamma'} \cdot \left(\frac{\sin \omega t}{\omega} - \frac{\sin \omega' t}{\omega'} \right), \\ X &= \frac{c}{\gamma - \gamma'} \cdot \left(\frac{\gamma}{\omega} \sin \omega t - \frac{\gamma'}{\omega'} \sin \omega' t \right). \end{aligned} \quad (17)$$

Переходячи до швидкостей dx/dt і dX/dt та замінюючи параметри γ і γ' на їх вирази, одержують:

$$\begin{aligned} x &= \frac{c}{2\mu^{0.5}} \cdot (\cos \omega' t - \cos \omega t), \\ X &= 0,5 c \cdot (\cos \omega' t + \cos \omega t). \end{aligned} \quad (18)$$

Отже, швидкість верхнього маятника за однакових фаз (швидкостей ротора) будуть у $(1/\mu)^{0.5}$ або $(M/m)^{0.5}$ разів менше швидкості нижнього маятника (молотків). Це стосується і відхилення, тобто кут відхилення молотка залежить від кутової швидкості ротора дробарки. Якщо позначити відхилення молотків через δ , то можна записати:

$$\delta = \frac{c}{\gamma - \gamma'} \cdot \left(\frac{\sin \omega t}{\omega} - \frac{\sin \omega' t}{\omega'} \right) - \frac{c \cdot \gamma}{(\gamma - \gamma') \cdot \omega}.$$

$$\cdot \sin \omega t + \frac{c \cdot \gamma'}{(\gamma - \gamma') \cdot \omega'} \cdot \sin \omega' t \quad (19)$$

або після перетворень

$$\delta = x - X = \frac{c}{\gamma - \gamma'} \cdot \left[\frac{\sin \omega \tau}{\omega} \cdot (1 - \gamma) + \frac{\sin \omega' \tau}{\omega'} \cdot (\gamma' - 1) \right]. \quad (20)$$

Підставляючи значення γ , γ' і c , отримуємо:

$$\delta = \left(\frac{0,5R \cdot M}{l \cdot m} \right)^{0,5} \cdot \left\{ \frac{\sin \omega \tau}{\omega} \cdot \left[1 + \left(\frac{m}{M} \right)^{0,5} \right] + \frac{\sin \omega' \tau}{\omega'} \cdot \left[\left(\frac{m}{M} \right)^{0,5} - 1 \right] \right\}. \quad (21)$$

З наведеного рівняння видно, що відхилення молотка залежить від кутової швидкості ротора, маси молотка та ротора, а значить і від їх моментів інерції, а також довжини молотка та радіуса ротора.

На підставі рівняння (22) можна побудувати графіки залежності відхилення молотка від всіх вище згаданих величин.

Таким чином, шарнірно закріплені молотки під час дроблення відхиляються від радіального положення та за дії відцентрової сили переходять у коливальний рух. Теоретичні передумови відхилення молотка за радіального положення підтверджено експериментами у науковій літературі.

Висновки. Встановлено, що молотки відхиляються від радіального положення та чим менше кут його відхилення, тим ліпшою стає якість дроблення матеріалу, зростає продуктивність дробарки та зменшуються витрати електроенергії.

За невірною обрання параметрів молотків їх відхилення може досягати величини, що може спричинити вібрацію дробарки. Тому для проектування слід перевіряти щоб теоретично можливе відхилення молотків не перевищувало припустимого значення.

Бібліографічний список

1. **Горянский, В. А.** Динамический анализ молотковой кормодробилки [Текст] / В. А. Горянский // Сельхозмашина. – 1952. – №10. – С. 3-5.
2. **Ziborov, K. A.** Analytical definition of inertia moment for rotor of impact centrifugal crusher [Text] / K. A. Ziborov, A. A. Loginova // Contemporary Innovation Technique of the Engineering Personnel Training for the Mining and Transport Industry. – 2015. – P. 22-25.
3. **Ялпачик, Ф. Е.** К расчету оси подвеса молотков кормоизмельчающих аппаратов [Текст] / Ф. Е. Ялпачик, Г. С. Ялпачик // Механизация и электрификация сельского хозяйства. – 1987. – Вып. 65. – С. 46-51.
4. **Петров, А. А.** Повышение надежности рабочих органов кормодробилок молоткового типа [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: 05.20.03 / А. А. Петров. – Оренбург, 2007. – 153 с.
5. **Гернет, М. М.** Определение моментов инерции [Текст] / М. М. Гернет, В. Ф. Ротобильский. – М. : Машиностроение, 1969. – 247 с.
6. **Мельников, С. В.** Динамические режимы работы молотковых кормодробилок [Текст] / С. В. Мельников // Механизация сельскохозяйственного производства. – 1969. – Т. 143, вып. 2. – Л. : ЛСХИ, 1969. – С. 3-8.
7. **Сидашенко, А. И.** Теоретическое и экспериментальное определение угла отклонения молотка в момент удара о материал [Текст] / А. И. Сидашенко. – МИИСП, 1984. – С. 37-42.
8. **Федоренко, И. Я.** Динамика молотковой дробилки с вертикальной осью вращения ротора [Текст] / И. Я. Федоренко, В. В. Мозговых // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. – 2009. – № 11. – С. 69-75.
9. **Леонтьев, М. К.** Динамика ротора в подшипниках качения [Текст] / М. К. Леонтьев, В. А. Карасев, О. Ю. Потапова, С. А. Дегтярев // Вестник ХПИ. – 2007. – № 1 (17). – С. 1-8.
10. **Ковачев, А. С.** Динамика неуравновешенных роторов, оснащенных неидеальными автобалансирующими устройствами [Текст] : дис. канд. фіз.-мат. наук : 01.02.01 / А. С. Ковачев. – Санкт-Петербург, 2016. – 92 с.

Кононов Дмитрий Александрович, кандидат технических наук, доцент кафедры машин и агрегатов металлургического производства, Национальная металлургическая академия Украины (Днепр, Украина). E-mail: d_kononov@email.ua

Кобрин Юрий Григорьевич, аспирант кафедры машин и агрегатов металлургического производства, Национальная металлургическая академия Украины (Днепр, Украина). E-mail: ku_76@yahoo.com.

Шевченко Ирина Артуровна, кандидат технических наук, доцент кафедры металлургического оборудования, Запорожская государственная инженерная академия (Запорожье, Украина). E-mail: iashevia@yahoo.com.

Васильченко Татьяна Александровна, кандидат технических наук, доцент кафедры металлургического оборудования, Запорожская государственная инженерная академия (Запорожье, Украина). E-mail: peripr@mail.ru

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МОЛОТКОВОЙ ДРОБИЛКИ

Выполнены теоретические исследования динамических характеристик молотковой дробилки при помощи уравнения Лагранжа второго рода для двойного физического маятника. Составлены дифференциальные уравнения движения динамической системы: ротора и рабочих органов дробилки (молотков).

Ключевые слова: молотковая дробилка, ротор, молоток, уравнения Лагранжа второго рода, исследования

Kononov Dmitri, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Department of Machines and Aggregates of Metallurgical Production, The National Metallurgical Academy of Ukraine (Dnipro, Ukraine). E-mail: d_kononov@email.ua

Kobrin Yuri, Graduate Student of Department of Machines and Aggregates of Metallurgical Production, The National Metallurgical Academy of Ukraine (Dnipro, Ukraine). E-mail: ku_76@yahoo.com

Shevchenko Irene, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Department of Metallurgical Equipment, Zaporizhska State Engineering Academy (Zaporizhia, Ukraine). E-mail: iashevia@yahoo.com

Vasilchenko Tatiana, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Department of Metallurgical Equipment, Zaporizhska State Engineering Academy (Zaporizhia, Ukraine). E-mail: pepipp@mail.ru

THEORETIC DYNAMIC CHARACTERISTICS THEORETIC INVESTIGATIONS OF HAMMER CRUSHER

Theoretical researches of the dynamic characteristics of the hammer crusher using the Lagrange equation of the second kind for a double physical pendulum are performed.. Differential equations of motion for a dynamic system: the rotor and the working bodies of the crusher (hammers) are compiled.

Key words: hammer crusher, rotor, hammer, Lagrange equations of the second kind, research

Стаття надійшла до редакції 07.09.2018 р.
Рецензент, проф. Й.К. Огинський

Текст даної статті знаходиться на сайті ЗДІА в розділі Наука
<http://www.zgia.zp.ua>