

УДК 669.041

М.П. Ревун, професор, д.т.н.

В.Ю. Зінченко, доцент, к.т.н.

В.І. Іванов, ст. наук. співробітник

О.І. Чепрасов, професор, к.т.н.

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ Й АЛГОРИТМУ РОЗРАХУНКІВ НАГРІВАННЯ ТЕРМІЧНО МАСИВНИХ ТІЛ У ПОЛУМЕНЕВИХ ТЕРМІЧНИХ ПЕЧАХ КАМЕРНОГО ТИПУ

(Повідомлення II)

Запорізька державна інженерна академія

Предложена математическая модель и разработан алгоритм расчетов нагрева термически массивных тел в пламенных печах камерного типа, которые можно использовать при рассмотрении управления процессом нагрева металла под термическую обработку с тремя и больше уровнями постоянства.

Ключевые слова: пламенная печь камерного типа, нагрев, математическая модель, алгоритм расчетов

Запропоновано математичну модель та розроблено алгоритм розрахунків нагрівання термічно масивних тіл у полумєневих печах камерного типу, які можна використовувати під час розглядання управління процесом нагрівання металу під термічну обробку з трьома та більше рівнями постійності.

Ключові слова: полумєнева піч камерного типу, нагрівання, математична модель, алгоритм розрахунків

There is offered a mathematical model and there is worked out an algorithm of calculations for heating thermally massive bodies in the flaming furnaces of chamber type, which can be used for consideration of control process for heating of metal under heat treatment with three and anymore by the levels of constancy.

Keywords: flaming furnace of chamber type, heating, mathematical model, algorithm of calculations

Вступ. У роботах [1,2] виконано аналіз існуючих математичних моделей нагрівання масивних тіл щодо полумєневих термічних печей камерного типу [2-6], а також розглянуто відомі підходи й алгоритми оптимізації управління теплову роботою печей зазначеного типу [7-10].

Постановка завдання. Завданням роботи є розробка математичної моделі нагрівання масивних тіл під термічну обробку, яка б дозволила без вирішення диференціальних рівнянь теплопровідності скласти алгоритм змінювання температури гріючого середовища за часом для забезпечення заданого розподілу температури щодо перерізу металу, що нагрівають, з можливістю ідентифікації самої моделі.

Головна частина досліджень. На етапі вирішення задачі, пов'язаної з оптимізацією нагрівання термічно масивних тіл у печах камерного типу, як правило, встановлюють взаємозв'язок між впливом, що управляє, – температури гріючого середовища $T_{печ}$ і вихідними змінними параметрами процесу: температурою поверхні металу $T_{нов}$, його середньомасовою температурою $\bar{T}_m$ та перепадом температури між поверхневими і серединними шарами металу ΔT_m , якого нагрівають, а також часом його нагрівання τ . Зазначені параметри є взаємопов'язаними та визна-

чаються функцією розподілу температури щодо перерізу тіла та за часом $T(x, \tau)$.

Проте аналітичне описання розподілу температури щодо перерізу металу, якого нагрівають, та за часом $T(x, \tau)$, що отримують під час вирішення класичного диференціального рівняння теплопровідності із завданням крайових умов, виявляється незручним для практичного використання [11] через неможливість, доведення його без втрат до чисельних значень. Тому для практичних задач запропоновано використовувати експоненціальну залежність у вигляді:

$$T(x, \tau_\phi) = T_{нов}(\tau_\phi) \cdot \exp[-\gamma(\tau_\phi) \cdot x], \quad (1)$$

де $T(x, \tau_\phi)$ – розподіл температури у металі за координатою x на фіксований момент часу τ_ϕ ; $T_{нов}(\tau_\phi)$, $\gamma(\tau_\phi)$ – температура поверхні металу, що нагрівають, і показник міри експоненти на момент часу τ_ϕ , відповідно.

У зв'язку з цим розподіл температури за координатою x задають функцією з одним параметром τ_ϕ , що настроюють, як

$$\gamma(\tau_\phi) = \frac{1}{S} \cdot \ln \left[\frac{T_{нов}(\tau_\phi)}{T_{аов}(\tau_\phi) + \Delta T_m} \right]. \quad (2)$$

Точність апроксимації оцінюють порівнянням з результатами чисельних розрахунків розподілу температури $T(x, \tau)$.

Розглядають одномірну задачу нагрівання масивного тіла товщиною S з постійними коефіцієнтом теплопровідності λ_m , питомою теплоємністю c_m та щільністю металу ρ_m :

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = a_m \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad (3)$$

$$-\lambda_m \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=0} = \alpha_\Sigma \cdot [T_{печ}(\tau) - T_{нов}(\tau)]; \quad (4)$$

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=S} = 0; \quad (5)$$

$$T(x, 0) = T_{поч}(x), \quad (6)$$

де α_Σ – сумарний коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м·К); $T_{печ}(\tau)$, $T_{нов}(\tau)$ – поточні значення температури гріючого середовища та поверхні металу, °С, відповідно; a_m – коефіцієнт теплопровідності металу, м²/с, значення якого визначають з використанням співвідношення $a_m = \lambda_m / c_m \cdot \rho_m$ для середніх значень наведених параметрів; $T_{поч}(x)$ – функція розподілу температури металу за координатою x на початковий момент часу.

Вирішення рівняння теплопровідності (3) з крайовими умовами (4)–(6) виконують методом кінцевих різниць [12,13].

Для визначання залежності температури поверхні металу $T_{нов}$ від температури гріючого середовища $T_{печ}$ здійснюють підставлення функції (1) до граничної умови (4):

$$T_{нов}(\tau_\phi) = \frac{Bi}{Bi \pm \gamma(\tau_\phi) \cdot S} \cdot T_{печ}, \quad (7)$$

де Bi – число Біо; $Bi = \alpha_\Sigma / S \cdot \lambda_m$; знак « $\pm$ » означає період нагрівання або охолодження металу в печі, відповідно.

За результатами розрахунків, виконаних для нагрівання тіла товщиною 0,5 м за температури печі 1160 °С та різних значень числа Біо (Bi), встановлено, що значення абсолютної погрешності температури поверхні металу не перевищує величини 20 °С, яка є достатньою для практичних результатів.

Окрім того, виявлено, що під час збільшення часу нагрівання значення коефіцієнта $\gamma(\tau_\phi)$ зменшується та на деякий його момент, залежно від величини числа Біо, температура поверхні металу $T_{нов}(\tau)$ дорівнює температурі гріючого середовища $T_{печ}(\tau)$, тобто відповідає початку періоду витримки металу в робочій камері печі ($T_{нов} = \text{const}$), коли здійснюється вирівнювання температури за його перерізом.

Під час оцінювання тривалості часу, що є необхідним для завершення періоду витримки металу за постійної температури печі, виконують підставлення функції (1) до рівняння (3). Отримують нелінійне диференціальне рівняння першого порядку

$$\frac{\partial \gamma(\tau)}{\partial \tau} + a_m \frac{\gamma^2(\tau)}{x} = 0. \quad (8)$$

Виконуючи розділення змінних величин у рівнянні (8) та його наступне інтегрування, а також задаючи кінцеве значення $\gamma_{кін}(\tau)$ для пластини металу товщиною S можна визначити час τ_e , що є необхідним для проходження періоду витримки

$$\tau_e = \left[A + \frac{1}{\gamma_{кін}(\tau)} \right] \cdot \frac{S}{a_m}. \quad (9)$$

Проте наявність складнощів щодо визначання постійної інтегрування A у рівнянні (9) не дозволяє виконати чисельні розрахунки.

Під час визначання взаємозв'язку між розподілом температури та впливом, що управляє, а також рівнями управління та моментами переключення теплового навантаження печі за режимами нагрівання, здійснюють перерахунки розподілу температури металу на її середньомасове значення.

Рівняння (1), (3.) і (7) описують математичну модель, що дозволяє розраховувати поточні значення показників якості нагрівання металу, проте залишаються проблеми щодо визначання коефіцієнта α_Σ , необхідного для обчислення значень критерію Біо.

Виходячи з того, що кожному розподілу температури металу відповідає певне середньомасове значення температури $\bar{T}$, можна записати

$$\bar{T}(\tau) = \frac{T_{нов}(\tau) \cdot \langle 1 - \exp[\gamma(\tau)] \cdot S \rangle}{S \cdot \gamma(\tau)}. \quad (10)$$

З іншого боку, розглядаючи процес нагрівання металу як акумуляцію теплоти відповідно до рівняння [14]

$$\frac{d\bar{T}}{d\tau} = \frac{\alpha_{\Sigma} \cdot K_{\phi}}{K_M \cdot S \cdot \rho_M \cdot c_M} \cdot (T_{нов} - \bar{T}), \quad (11)$$

де K_{ϕ} , K_M – коефіцієнти форми та масивності тіла, відповідно, – і позначаючи постійну часу нагрівання як $T_n = K_M \cdot S \cdot \rho_M \cdot c_M / \alpha_{\Sigma} \cdot K_{\phi}$, можна подати температуру $\bar{T}$ як вирішення рівняння (8) за початкової температури $\bar{T}(\tau_{поч})$:

$$T_{печ}(\tau) = \frac{T_n(\tau) \cdot \langle 1 - \exp[-\gamma(\tau) \cdot S] \rangle - S \cdot \gamma(\tau) \cdot \bar{T}(\tau_{поч}) \cdot \exp(-\tau / T_n)}{S \cdot \gamma(\tau) \cdot [1 - \exp(-\tau / T_n)]}. \quad (13)$$

Відомо, що оптимальне за швидкодії управління є кусочно-постійною функцією часу [15], а температура гріючого середовища змінюється від гранично-можливого значення до величини, яка відповідає заданому рівню температури поверхні металу, розробку алгоритму управління призводять до визначення моментів переключення теплового навантаження печі, які обчислюють за допомогою формули

$$\tau = T_n \cdot \ln \left| \frac{T_{печ} - \bar{T}(\tau_{поч})}{T_{печ} - [T_{нов} / S \cdot \gamma(\tau)] \cdot \langle 1 - \exp[-\gamma(\tau) \cdot S] \rangle} \right| \quad (14)$$

Ідентифікацію математичної моделі виконують за результатами вимірювань теплового навантаження печі. Як показано у замкнених системах регулювання температури [16], теплове навантаження печі змінюється залежно від температури у її робочій камері, при цьому швидкість його змінювання $G_{печ}$ є пропорційною до швидкості нагрівання металу

$$\frac{dG_{печ}}{d\tau} = \frac{A}{T_n} \cdot \exp(-\tau / T_n). \quad (15)$$

За значенням відношення швидкості нагрівання металу для двох моментів часу W_{τ_i} можна оцінити величину параметра T_n :

$$T_n = \Delta\tau \cdot \ln \left(\frac{W_{\tau_2}}{W_{\tau_1}} \right), \quad (16)$$

$$\bar{T}(\tau) = [\bar{T}(\tau_{поч}) - T_{печ}(\tau)] \cdot \exp(-\tau / T_n) + T_n(\tau) \quad (12)$$

Приймаючи, що значення середньої температури за товщиною металу відповідає її середньомасовому рівню, а також прирівнюючи праві частини рівнянь (10) і (12), отримують залежність, яка встановлює взаємозв'язок між параметрами $T_{нов}(\tau)$ і $\gamma(\tau)$ та впливом $T_{печ}(\tau)$, що управляє, за часом, тобто оптимізаційну математичну модель у вигляді.

де $\Delta\tau$ – інтервал часу ідентифікації, – що дозволяє забезпечити урахування реальних значень параметра T_n , індивідуального для кожної садки металу та системи «піч – метал» у цілому.

Як початкові дані для моделювання задають теплофізичні параметри садки металу, обмеження за швидкістю його нагрівання, температуру печі, початковий і кінцевий розподіл температури щодо перерізу металу $T(x, \tau_0)$ та $T(x, \tau_k)$.

За результатами розрахунків визначають температурно-часовий режим, під час впливу якого забезпечують заданий розподіл температури у металі протягом мінімального проміжку часу: $T(x, \tau_0) \Rightarrow T(x, \tau_k)$.

Рівень впливу, що управляють, приймають максимально можливим з урахуванням обмежень за швидкості нагрівання металу на першому ступені, припустимої температури футеровки печі та максимальної продуктивності пальників – на другому ступені, а також технологічно заданої температури поверхні металу – на третьому ступені.

Для термічно тонких тіл [$Bi < 0,25$, $\gamma(\tau) = 0$] температуру поверхні металу $T_{нов}(\tau)$ приймають такою, що дорівнює рівню його середньомасової температури $\bar{T}(\tau)$ [17].

Відповідно до теорії оптимальних систем з розподіленими параметрами [18,19] управління у таких системах є кусочно-постійною функцією часу, поданого на рис. 1.

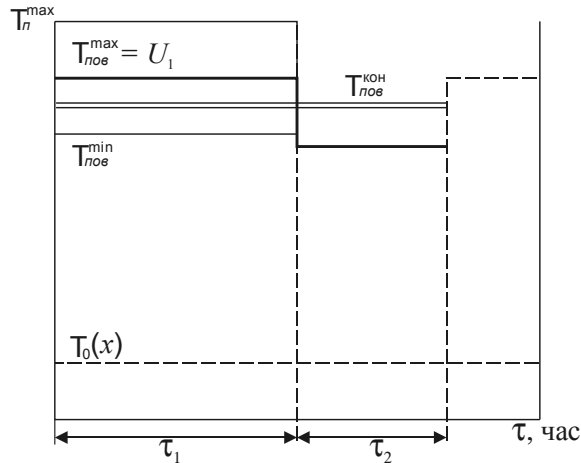


Рисунок 1 – Режим оптимального управління [20]

Під час розглядання управління з двома рівнями сталості виконують розрахунки щодо визначення величини їх рівнів U_1 і U_2 , а також моментів переключення τ_1 і τ_2 .

Вплив, що управляє, на підставі принципу суперпозиції [20], є еквівалентним до іншого впливу, який складається з $T_{пов, max}$ у діапазоні $0 \leq \tau \leq \tau_1$ і з $T_{пов, min}$ протягом часу $\tau_1 \leq \tau \leq \tau_1 + \tau_2$. У зв'язку з цим кінцевий розподіл температури у металі на момент часу $\tau_1 + \tau_2$ можна розглядати у вигляді двох компонентів:

- змінювання її розподілу за впливом, що управляє, протягом часу $0 \leq \tau \leq \tau_1$;
- змінювання її розподілу за впливом, що управляє, протягом часу $\tau_1 \leq \tau \leq \tau_1 + \tau_2$.

Під час завдання бажаного розподілу температури у металі застосовують метод прямих [19], відповідно до якого товщину металу $[0; S]$, що нагрівають, поділяють точками $x_1 = 0,25 S$ і $x_2 = 0,75 S$ на окремі ділянки, а вирішення виконують методом послідовних наближень.

Як перше наближення вважають, що значення параметра τ_2 є настільки малим, що змінювання температури у точці $x_2 = 0,75 S$ не відбувається. Тоді визначають інтервал часу $\tau_1 + \tau_2$, коли у точці $x = S$ на момент часу $\tau_1 + \tau_2$ мають температуру $T_{кін}(x) - T_0(x)$. Для цього задають розподіл температури металу як експоненту (1) так, щоб температура у точці $x = S$ дорівнювала кінцевому її значенню $T_{кін}(x) - T_0(x)$ за максимально припустимої величини температури поверхні $T_{пов, max}$.

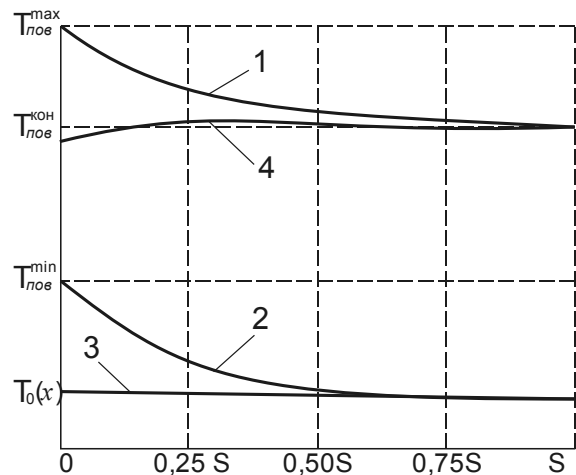
Показник міри експоненти $\gamma(\tau_1 + \tau_2)$ розраховують за формулою

$$\gamma(\tau_1 + \tau_2) = \frac{1}{S} \cdot \ln \left[\frac{T_{пов, max}}{T_{кін}} \right]. \quad (17)$$

Відповідно до формули (9) здійснюють перерахунки температури поверхні металу $T_{пов, max}$ на температуру в печі:

$$T_{пов, max} = \frac{Bi + \gamma(\tau_1 + \tau_2) \cdot S}{Bi} \cdot T_{печ, max}. \quad (18)$$

На рис. 2 подано компоненти температури, що розраховують, за координатою x , а також початковий і результуючий розподіл температури.

Рисунок 2 – Розподіл температури щодо перерізу металу: 1, 2 - розподіл температури під час управління U_1 та U_2 ; 3, 4 - початковий і кінцевий розподіл температури

З рівняння (1) визначають температуру в точках $x_1 = 0,25 S$ і $x_2 = 0,75 S$, а також перевищення температурою ΔT заданої її кінцевої величини:

$$\begin{aligned} \Delta T(0,25 S) &= \\ &= T_{пов, max} \cdot \exp[-0,25 \gamma(\tau_1 + \tau_2)] - T_{кін}(0,25 S); \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \Delta T(0,75 S) &= \\ &= T_{пов, max} \cdot \exp[-0,75 \gamma(\tau_1 + \tau_2)] - T_{кін}(0,75 S). \end{aligned} \quad (20)$$

Задають бажаний розподіл температури за впливом управління U_2 так, щоб $T(0,25 S) = \Delta T(0,25 S)$ і $T(0,75 S) = \Delta T(0,75 S)$, а показник експоненти $\gamma(\tau_2)$ визначають із співвідношення $\Delta T = 0,25 S$ і $\Delta T = 0,75 S$.

$$\gamma(\tau_2) = \frac{2}{S} \cdot \ln \left[\frac{\Delta T(0,25S)}{\Delta T(0,75S)} \right]. \quad (21)$$

Адекватність математичної моделі встановлюють зіставленням оптимальних за швидкодії алгоритмів управління з результатами розрахунків на моделях інших авторів [15]. Встановлено, що за пропонованим алгоритмом управління моменти переключення теплового навантаження печі складають: для першого рівня $\tau_1 = 1,41$ год., для другого рівня $\tau_2 = 0,12$ год., а під час використання номограм роботи [15] відповідно $\tau_1 = 1,40$ год. і $\tau_2 = 0,13$ год., тобто зафіксовано достатню збіжність результатів.

Висновки. Під час розробки математичної моделі нагрівання масивних тіл під термічну об-

робку в полумєневих печах камерного типу встановлено, що під час апроксимації розподілу температури за перерізом тіла експоненціальною функцією, забезпечують технологічно задовільну похибку. Використання зазначеної функції дозволяє суттєво спростити вирішення зворотної задачі теплопровідності та розробити оптимізаційну модель процесу нагрівання металу. Підвищення точності визначання моментів переключення теплового навантаження печі сягають адоптацією математичної моделі, безпосередньо під час управління, визначанням постійних часу нагрівання за характером змінювання теплового навантаження для періодів сталості температури у печі.

Бібліографічний список

1. **Ревун, М. П.** Розробка математичної моделі й алгоритму розрахунку нагрівання термічно масивних тіл у полумєневих термічних печах камерного типу (Повідомлення I) [Текст] / М. П. Ревун, В. Ю. Зінченко, В. І. Іванов, О. І. Чепрасов // *Металургія. Наукові праці Запорізької державної інженерної академії.* – Запоріжжя : РВВ ЗДІА, 2015. – Вип. 2(34). – С. 76-79. – Бібліогр.: с. 79.
2. **Ревун, М. П.** К моделюванню нагрєва металла в пламенних печах камерного типа [Текст] / М. П. Ревун, В. Ю. Зінченко, В. І. Іванов // *Наука в інформаційному просторі : матеріали XI Міжнар. науково-практичн. конф.* – Дніпропетровськ : видавець Біла К. О. 2015. – Т. 2. – С. 25-28. – Бібліогр.: с. 28.
3. **Ольшанский, В. М.** Разработка оптимальных режимов нагрєва металла в камерных печах [Текст] / В. М. Ольшанский, Т. Н. Шемет // *Металлургическая теплотехника : сборник научных трудов государственной металлургической академии Украины.* – Днепропетровск : ГМАУ, 1989. – Т. 2. – С. 192-193. – Библіогр.: с. 193. А. Гузов, В. М. Ольшанский и др. // *Известия Вузов. Черная металлургия.* – 1974. – № 4. – С. 164-167. – Библиогр.: с. 167.
4. **Постольник, Ю. С.** Математическая модель нагрєва массивных тел в теоретическом противотоке [Текст] / Ю. С. Постольник, А. П. Огурцов, В. И. Тимошпольский, И. А. Трусова // *Математичне моделювання.* – 2000. – № 2(5). – С. 87-91. – Библиогр.: с. 91.
5. **Постольник, Ю. С.** Противоточный радиационно-конвективный нагрєв массивных тел [Текст] / Ю. С. Постольник, В. И. Тимошпольский, А. П. Огурцов и др. // *Известия Вузов и энергетических объединений.* – 2001. – № 3. – С. 65-76. – Библиогр.: с. 75-76.
6. **Гольдфарб, Э. М.** Оптимальный режим нагрєва металла по критерию минимума суммарной стоимости расхода топлива и потерь металла на окисление [Текст] / Э. М. Гольдфарб, В. С. Ибряев // *Известия Вузов. Черная металлургия.* – 1971. – № 12. – С. 144-148. – Библиогр.: с. 148.
7. **Панферов, В. И.** Адаптивные системы контроля качества нагрєва металла в печах [Текст] / В. И. Панферов // *Известия Вузов. Черная металлургия.* – 2002. – № 4. – С. 42-45. – Библиогр.: с. 45.
8. **Гольдфарб, Э. М.** Применение методов динамического программирования для оптимизации температурного режима печей [Текст] / Э. М. Гольдфарб, Э. М. Гескин // *Известия Вузов. Черная металлургия.* – 1966. – № 1. – С. 175-182. – Библиогр.: с. 181-182.
9. **Бутковский, А. Г.** Применение принципа максимума для оптимизации температурного режима печей [Текст] / А. Г. Бутковский, Э. М. Гольдфарб, Э. С. Гескин // *Известия Вузов. Черная металлургия.* – 1967. – № 7. – С. 173-177. – Библиогр.: с. 177.
10. **Капустин Л. Э.** Программирование нагрєва металла по расходу топлива с учетом технологических ограничений [Текст] / Л. Э. Капустин, Д. Э. Гольдфарб, Г. Н. Сидорин и др. // *Известия Вузов. Черная металлургия.* – 1980. – № 7. – С. 114-118. – Библиогр.: с. 118.
11. **Коздоба, Л. А.** Методы решения нелинейных задач теплопроводности [Текст] / Л. А. Коздоба. – М. : Наука, 1975. – 227 с. – Библиогр.: с. 193-223. – 4250 экз.
12. **Цой, П. В.** Методы расчета задач тепломассопереноса [Текст] / П. В. Цой. – Энергоатомиздат, 1984. – 414 с. – Библиогр.: с. 404-412. – 4300 экз.
13. **Ревун, М. П.** Автоматическое управление нагрєвом металла [Текст] / М. П. Ревун, В. И. Гранковский. – Киев : Техника, 1973. – 140 с. – Библиогр.: с. 136-138. – 1500 экз.

14. **Бутковский, А. Г.** Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами [Текст] / А. Г. Бутковский. – М. : Наука, 1965. – 476 с. – Библиогр.: с. 467-474. – 8000 экз.
15. **Маковский, В. А.** Алгоритмы управления нагревательными печами [Текст] / В. А. Маковский. – М. : Металлургия, 1977. – 182 с. – Библиогр.: с. 181-182. – 2300 экз.
16. **Зінченко, В. Ю.** До оптимізації температурних режимів під час форсування теплової роботи нагрівальних камерних печей [Текст] / В. Ю. Зінченко, Ю. М. Пазюк, І. А. Овчиннікова // Металургія. Наукові праці Запорізької державної інженерної академії. – Запоріжжя : РВВ ЗДІА, 2015. – Вип. 1(33). – С. 87-91. – Бібліогр.: с. 90-91.
17. **Ревун, М. П.** Адаптивные системы управления процессами нагрева металлов [Текст] : / М. П. Ревун, А. К. Соколов. – Запорожье: РИО ЗГИА, 1998. – 352 с. – Библиография в конце разделов. – 300 экз.
18. **Бутковский, А. Г.** Методы управления системами с распределенными параметрами [Текст] / А. Г. Бутковский. – М. : Наука, 1975. – 568 с. – Библиогр.: с. 548-565. – 6000 экз.

Стаття надійшла до редакції 03.02.2016 р.
Рецензент, проф. І.Г. Яковлева

Текст даної статті знаходиться на сайті ЗДІА в розділі Наука
<http://www.zgia.zp.ua>