

В.Ю. Зинченко, доцент, к.т.н.

Д.Д. Ткаченко, студент

В.И. Иванов, ст. научн. сотрудник

В.К. Тарасов, доцент, к.т.н.

ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ТЕРМИЧЕСКИМИ ПЕЧАМИ

Запорожская государственная инженерная академия

Розроблено імітаційну модель поширення теплоти в пластині нескінченної довжини, що нагрівають під термічну обробку, яку можна використовувати для оцінки розподілу температури у фізично неоднорідних тілах різної конфігурації за умови можливості виділення ізотермічних шарів рівної товщини, а також наявності рівномірного теплообміну з відкритих поверхонь.

Разработана имитационная модель распространения теплоты в пластине бесконечной длины, нагреваемой под термическую обработку, которую можно использовать для оценки распределения температуры в физически неоднородных телах разной конфигурации при условии возможности выделения изотермических слоев равной толщины, а также наличия равномерного теплообмена с открытыми поверхностями.

Введение. При постановке тепловых задач в автоматизированных системах управления термическими печами необходимо предварительно решить задачу теплопроводности в металле, нагреваемом под термическую обработку. В печах камерного типа нагрев металла под термическую обработку осуществляют, как правило, согласно многоступенчатым температурно-временным режимам, предусматривающим проведение периодов нагрева, изотермической выдержки и охлаждения, которые регламентированы по скорости изменения температуры металла и во времени. Реализация таких режимов возможна только при наличии информации о динамике распределения теплоты в нагреваемом металле.

Отсутствие инструментальных средств непосредственной оценки теплового состояния металла в термических печах вызывает необходимость применения математических моделей, основанных на использовании классического дифференциального уравнения теплопроводности в частных производных. Однако наличие зависимости теплофизических свойств металла от температуры приводит к нелинейности уравнения теплопроводности и его аналитическое решение при использовании упрощающих допущений сопровождается значительными погрешностями при определении функции распределения температуры в пространстве и во времени. Численные методы решения данного уравнения с использованием разностных схем не позволяют в общем виде предложить рекомендации для выбора рациональных температурно-временных режимов термической обработки малоизученных и новых марок сталей. В связи с этим существует необходимость разработки достаточно простых и надежных моделей с самоподстраиванием в процессе работы.

Цель работы. Задачей настоящих исследований является построение имитационной модели теплопроводности, позволяющей при прогонках в ускоренном временном режиме разрабатывать рациональные температурные режимы обработки металла с учетом изменения его теплофизических свойств, а при работе в реальном масштабе времени реализовать оптимальные температурно-временные режимы термической обработки металла в печах.

Основная часть исследований. В термических печах камерного типа, как правило, подвергают нагреву под термическую обработку тела, близкие по форме к простейшим телам типа пластины, цилиндра или сферы, тепловое состояние которых описывают при помощи дифференциальных уравнений теплопроводности.

Известна инженерная модель распространения теплоты в металлических телах, предложенная И.Д. Семикиным [1]. Согласно данной модели нагреваемое термически массивное тело представляют в виде n слоев с одинаковой температурой и теплофизическими свойствами. Подвод теплоты к телу сопровождается последовательным нагревом всех его слоев, то есть распределение тепловых потоков и температуры в слое $n-1$ тела определяется характером распределения поверхностного потока в слое $n-2$, который предшествует слою $n-1$. При достаточно большом количестве слоев в массивном теле данная инженерная модель стремится к системе, непрерывно распределенной в пространстве, где нагрев каждого отдельного слоя тела математически может быть описан одномерным дифференциальным уравнением теплопроводности.

Рассматривают задачу нагрева под термическую обработку пластины бесконечной длины толщиной $2S$. Принимают, что нагрев данной пластины симметричный, то есть между поверхностью пластины и окружающей средой имеет место одинаковый теплообмен с обеих сторон пластины. Пластину разделяют на n слоев толщиной Δx , температура которых составляет соответственно $t_1, t_2 \dots t_n$, а температура греющих газов – $t_{гг}$. Начало координат выбирают на поверхности пластины, при $x = S$ поверхность пластины является теплоизолированной.

Тепловые потоки от греющих газов к кладке $q_{\bar{a}\bar{a},1}$ и между отдельными слоями пластины $q_{i,i+1}$ представляют в форме уравнения Ньютона-Рихмана:

$$q_{\bar{a}\bar{a},1} = \alpha_{\Sigma} \cdot (t_{\bar{a}\bar{a}} - t_1); \quad (1)$$

$$q_{i,i+1} = \alpha_{i,i+1} \cdot (t_i - t_{i+1}), \quad (2)$$

где α_{Σ} – суммарный коэффициент теплоотдачи от греющих газов конвекцией и излучением, Вт/(м²·°C); $q_{i,i+1}$ – тепловой поток от слоя i к слою $i+1$, Вт/м²; $\alpha_{i,i+1}$ – коэффициент теплопередачи от слоя i к слою $i+1$, Вт/(м²·°C).

Уравнение мгновенного теплового баланса для первого слоя пластины можно записать как:

$$m_m \cdot \tilde{n}_m \cdot \frac{dt_1}{d\tau} = \alpha_{\Sigma} \cdot F \cdot (t_{гг} - t_1) - \alpha_{1,2} \cdot F \cdot (t_1 - t_2), \quad (3)$$

где c_m – средняя теплоемкость металла пластины, кДж/(кг·°C); m_m – масса металла пластины, кг; F – площадь поверхности нагреваемой пластины, м²; $\alpha_{1,2}$ –

коэффициент теплопередачи от первого слоя ко второму слою, Вт/(м²·°С); τ – время, с.

Выполняя преобразование уравнения (3) и осуществляя деление его обеих частей на выражение $(\alpha_{\Sigma} + \alpha_{1,2}) \cdot F$, получают:

$$\frac{\Delta \delta^2 \cdot \alpha_{1,2}}{\alpha \cdot (\alpha_{\Sigma} + \alpha_{1,2})} \cdot \frac{dt_1}{d\tau} + t_1 = \frac{\alpha_{\Sigma}}{(\alpha_{\Sigma} + \alpha_{1,2})} \cdot t_n + \frac{\alpha_{1,2}}{(\alpha_{\Sigma} + \alpha_{1,2})} \cdot t_2. \quad (4)$$

Тогда уравнение мгновенного теплового баланса для i -го слоя пластины имеет вид:

$$\frac{\Delta \delta^2 \cdot \alpha_{i,i+1}}{\alpha \cdot (\alpha_{i-1,i} + \alpha_{i,i+1})} \cdot \frac{dt_i}{d\tau} + t_i = \frac{\alpha_{i-1,i}}{(\alpha_{i-1,i} + \alpha_{i,i+1})} \cdot t_{i-1} + \frac{\alpha_{i,i+1}}{(\alpha_{i-1,i} + \alpha_{i,i+1})} \cdot t_{i+1}. \quad (5)$$

Для упрощения записи данного уравнения вводят следующие обозначения:

$$T = \frac{\Delta \delta^2 \cdot \alpha_{i,i+1}}{\alpha \cdot (\alpha_{i-1,i} + \alpha_{i,i+1})}; \quad k_{i-1,i} = \frac{\alpha_{i-1,i}}{(\alpha_{i-1,i} + \alpha_{i,i+1})}; \quad k_{i+1,i} = \frac{\alpha_{i,i+1}}{(\alpha_{i-1,i} + \alpha_{i,i+1})}.$$

Следовательно, для пластины бесконечной длины, состоящей из n слоев, можно записать систему уравнений вида:

$$\begin{aligned} T_1 \frac{dt_1}{d\tau} + t_1 &= k_{\bar{a}\bar{a},1} \cdot t_{\bar{a}\bar{a}} + k_{2,1} \cdot t_2 \quad \text{при } t_1(0) = t_1^i; \\ T_i \frac{dt_i}{d\tau} + t_i &= k_{i-1,i} \cdot t_{i-1} + k_{i+1,i} \cdot t_{i+1} \quad \text{при } t_i(0) = t_i^i; \\ T_n \frac{dt_n}{d\tau} + t_n &= k_{n-1,n} \cdot t_{n-1} \quad \text{при } t_n(0) = t_n^i, \end{aligned} \quad (6)$$

где $i = 1, 2, \dots, n$; T_1, T_i, T_n – постоянные времени, которые определяют динамику изменения температуры в $1, 2, \dots, n$ слоях пластины; $k_{\bar{a}\bar{a},1} \dots k_{n-1,n}$ – коэффициенты теплопередачи между отдельными слоями пластины: от первого до n -го слоев; t_1^i , t_i^i и t_n^i – начальная температура первого, i -того и n -того слоев пластины соответственно.

Постоянные времени T зависят от теплофизических свойств термически обрабатываемого металла: коэффициента температуропроводности (a), плотности (ρ) и его теплоемкости (c), а также суммарного коэффициента теплоотдачи от греющих газов к металлу конвекцией и излучением (α_{Σ}) и коэффициента теплопередачи от i -того слоя к $i+1$ -тому ($\alpha_{i+1,i}$) слою пластины, а коэффициент теплопередачи $k_{n-1,n}$ – от значения коэффициентов α_{Σ} и $\alpha_{i+1,i}$.

Для первого слоя пластины значения постоянной времени и коэффициентов теплоотдачи вычисляют по формулам:

$$\dot{Q}_1 = \frac{\Delta \delta \cdot \rho \cdot c}{\alpha_{\Sigma} + \alpha_{1,2}}; \quad k_{\bar{a}\bar{a},1} = \frac{\alpha_{\Sigma}}{\alpha_{\Sigma} + \alpha_{1,2}}; \quad k_{2,1} = \frac{\alpha_{1,2}}{\alpha_{\Sigma} + \alpha_{1,2}}, \quad (7)$$

а для n -го слоя пластины как

$$T_n = \frac{\Delta x^2}{2a}; \quad k_{n-1,n} = 1. \quad (8)$$

При рассмотрении промежуточных слоев пластины в случае однородности металла по ее толщине $k_{\bar{a}\bar{a},1}, k_{1,2} \dots k_{i-1,i} = 0,5$, а величину коэффициентов $T_2, T_3 \dots T_{n-1}$ определяют из соотношения

$$\dot{O}_2, \dot{O}_3 \dots T_{i-1} = \frac{\Delta x^2}{2a} . \quad (9)$$

В работе [2] приведено уравнение, формально полученное путем перехода от классического одномерного дифференциального уравнения теплопроводности в частных производных к его дифференциально-разностному виду:

$$\theta_i \frac{du_i}{d\tau} + u_i = k_i \cdot \omega \cdot (\tau - \tau_i) . \quad (10)$$

где θ_i – постоянная времени печи; k_i – коэффициент передачи; τ_i – запаздывание по i -му каналу управления; $u_i, \omega(\tau)$ – взаимосвязанные функции.

Сопоставление уравнений системы (6) с уравнением (10) указывает на их идентичный характер, что может служить подтверждением адекватности предложенной математической модели общепринятым представлениям.

Компьютерное представление системы (6) является имитационной моделью нагрева пластины бесконечной длины, которая может быть реализована при помощи пакета прикладных программ «*Mat Lab 6.5 SP1\7 + Simulink 5/6*», специально разработанных для аналогичных задач [3]. Блок-схема имитационной модели теплопроводности показана на рис. 1.

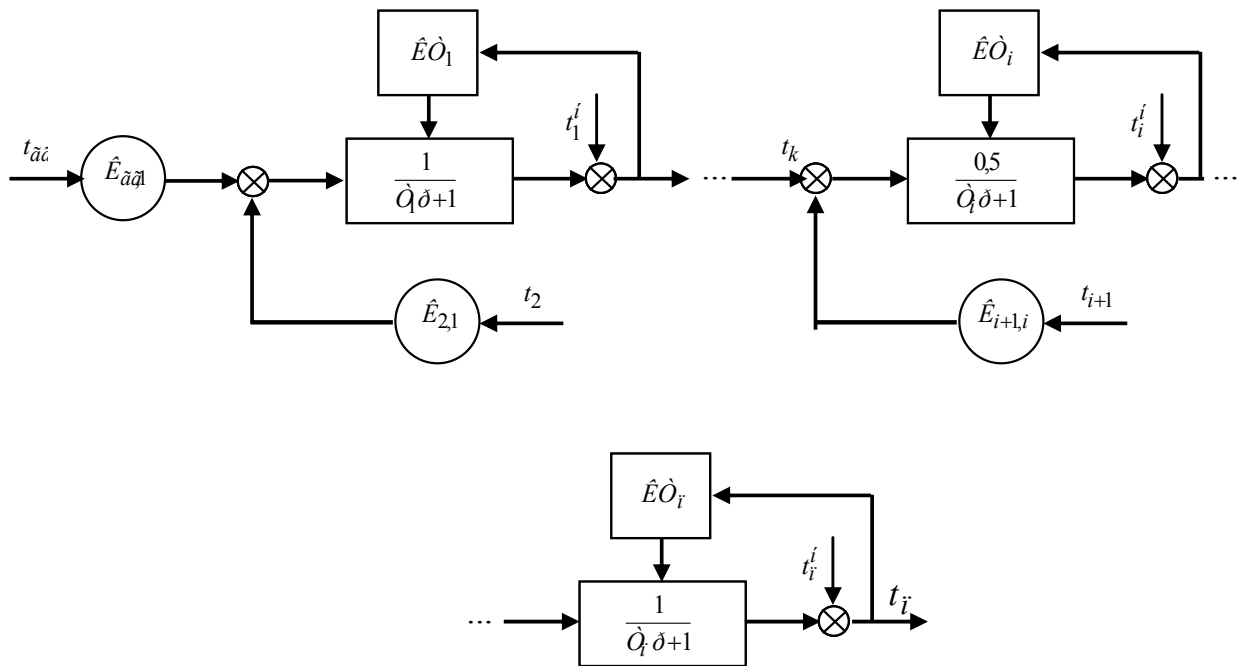


Рисунок 1 – Блок-схема имитационной модели теплопроводности

Данная блок-схема, кроме динамических звеньев, соответствующих дифференциальным уравнениям (6), представленным в виде операторов $\frac{1}{\dot{O} \cdot p + 1}$, содержит узлы коррекции постоянных времени KT_n в зависимости от температуры слоев металла. По данным работы [4], коэффициенты температуропроводности и теплопроводности углеродистых сталей при увеличении температуры от 0 до 1100

$^{\circ}\text{C}$ уменьшаются примерно в два раза, что проявляется в существенном снижении интенсивности теплопередачи по толщине пластины от ее первого слоя к последнему.

В качестве примера на рис. 2 представлены кривые изменения температуры по толщине пластины ($\Delta x = 0,04 \text{ м}$) с теплофизическими параметрами: $a = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$; $\rho = 7830 \text{ кг/м}^3$; $\lambda = 39 \text{ Вт/(м} \cdot ^{\circ}\text{C)}$.

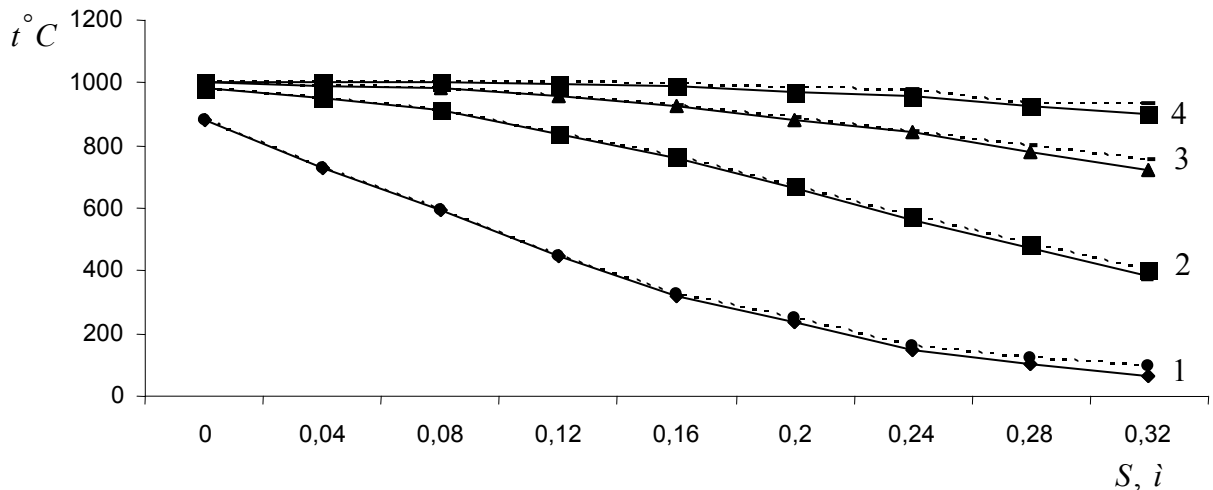


Рисунок 2 – Распределение температуры $t(\tau, x)$ по толщине пластины в моменты времени:

1 - $\tau_1 = 200 \text{ с}$; 2 - $\tau_2 = 400 \text{ с}$; 3 - $\tau_3 = 600 \text{ с}$; 4 - $\tau_4 = 800 \text{ с}$

При идентификации имитационной модели теплопроводности наибольшая неопределенность вносится коэффициентом α_{Σ} , проблема определения величины которого во многих случаях не менее сложна, чем проблема решения самой задачи теплопроводности.

Для обеспечения общности подхода и возможности сопоставления результатов моделирования с результатами расчетов, выполненных с использованием других методик, суммарный коэффициент теплоотдачи от греющих газов конвекцией и излучением для первого слоя записывают как функцию критерия массивности Био (Bi):

$$\alpha_{\Sigma} = \frac{Bi \cdot \lambda_i}{S}, \quad (11)$$

где λ_m – теплопроводность нагреваемого материала.

При оценке адекватности предложенной модели проводили численное решение одномерного дифференциального уравнения теплопроводности конечно-разностным методом в неявном виде для различных значений критерия Био и постоянных значениях теплофизических свойств металла. На рис. 2 сплошные кривые соответствуют значениям, полученным на модели, штриховые кривые – полученным численным методом. При совпадении общего характера распределения температуры по толщине пластины максимальное отклонение разности температуры на ее поверхности и в центре не превышает $10 \dots 30 \text{ }^{\circ}\text{C}$ при значениях критерия Био 0,5; 1,0; 1,5; 5,0 и 10,0.

При выполнении численного решения задачи теплопроводности принимали, что начальное распределение температуры по толщине пластины является

равномерным $t(x,0) = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$. На предложенной модели конечное распределение температуры по толщине пластины определяли путем суммирования ее начального распределения $t(x,0)$ и распределения температуры $t(x,\tau)$, полученного расчетным путем.

Результаты выполненного моделирования подтверждают не столько количественное их соответствие объекту исследования, сколько возможность решения поставленных задач по отработке температурно-временных режимов при термической обработке металла, а также выбора оптимальных алгоритмов управления тепловой нагрузкой термической печи.

Предложенную модель после несложных преобразований можно применить для оценки распределения температуры в телах, близких по форме к цилиндру или шару с конечными радиусами R . Так, по аналогии с изотермическими слоями пластины в цилиндре можно рассматривать коаксиальные слои, а в шаре – концентрические сферы толщиной ΔR . Различия имеют место только при вычислении постоянных времени, величина которых зависит от площади поверхности теплообмена между слоями, которая определяется конечными радиусами. При этом начало координат следует принимать в центре сечений тел, а условие симметрии будет выполняться относительно начала координат.

Заключение. Разработанная имитационная модель позволяет физически интерпретировать механизм распространения теплоты в телах различной формы. Ее можно использовать для оценки распределения температуры в физически неоднородных, например, слоистых металлах, в телах любой конфигурации при условии возможности выделения изотермических слоев равной толщины, а также наличия равномерного теплообмена с открытыми поверхностями. Возможность самонастраивания параметров модели в зависимости от температуры позволяет приблизить результаты моделирования к реальным условиям, и, тем самым, избежать необходимости решения нелинейных дифференциальных уравнений теплопроводности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Свинолобов, Н. П. Инженерная модель в теории теплопроводности в трактовке И.Д. Семикина [Текст] / Н. П. Свинолобов // Металлургическая теплотехника : сборник научных трудов государственной металлургической академии Украины. – Днепропетровск : ГМетАУ, 1999. – Т. 2. – С. 226-235.
2. Бутковский, А. Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами [Текст] / А. Г. Бутковский. – М. : Наука, 1965 – 476 с. – Библиогр. : с. 467-474.
3. Дьяконов, В. П. Mat Lab 6.5 SP 1/7+Simulink 5/6 в математике и моделировании [Текст] / В. П. Дьяконов. – М. : СОЛОН-Пресс, 2005. – 576 с. – ISBN 5-98003-206-1 (Библиотека профессионала).
4. Теплофизические свойства веществ [Текст] : справочник / под ред. Н. Б. Варгафтика. – Л. : Госэнергоиздат, 1956. – 367 с. – Библиогр. : с. 345-350.

Стаття надійшла до редакції 10.04.2012
р.

Рецензент, проф. М.П. Ревун