

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОМАСООБМЕНА В ТРАПЕЦИДАЛЬНОМ ПРОМЕЖУТОЧНОМ КОВШЕ МНЛЗ

Днепропетровский государственный технический университет

Наведено результати чисельних досліджень тепломасообміну в трапецеїдальному проміжному ковші машини безперервного литва заготовок. Запропоновано геометричні параметри та місце розташування вогнетривкої перегородки, яка дозволяє вирівняти температуру металу щодо струмків.

Приведены результаты численных исследований тепломассообмена в трапецеидальном промежуточном ковше машины непрерывного литья заготовок. Предложены геометрические параметры и местоположение огнеупорной перегородки, позволяющей выровнять температуру металла по ручьям.

Введение. Конструкция эксплуатируемых в настоящее время большегрузных многоручьевых промежуточных ковшей (ПК) трапецеидальной конструкции не удовлетворяет условиям получения качественной металлопродукции, поскольку не обеспечивает равенства тепловых и химических характеристик металла на всех ручьях ПК. Это приводит к повышению затрат на производство продукции, доли брака, нарушениям технологии и т.п.

Постановка задачи. Задачей настоящего исследования является определение геометрических параметров огнеупорной перегородки, позволяющей уменьшить разницу между температурами металла на крайних и центральных ручьях ПК.

Основная часть исследований. Для нахождения рациональных геометрических параметров и места расположения огнеупорной перегородки может быть использован аппарат математического моделирования с проверкой адекватности полученных результатов посредством сравнения с данными физического моделирования гидродинамики металла в трапецеидальном ПК [1].

Промежуточный ковш машины непрерывного литья заготовок (МНЛЗ) ОАО «Днепропетровский металлургический комбинат» представляет собой футерованный желоб с размещенными в его днище шестью выпускными стаканами-дозаторами диаметром 0,04 м. Металл в ПК поступает из сталеразливочного ковша через разливочный стакан диаметром 0,06 м.

Потери теплоты жидким металлом при работе ПК происходят теплоотдачей путем конвекции к футеровке агрегата и теплоотдачей путем излучения и конвекции от зеркала металла, покрытого слоем шлака. Следовательно, решение гидродинамической задачи без учета теплового фактора будет неправомерным. Схема разбивки на расчетные области приведена на рис. 1.

В основу математической модели движения и теплопереноса жидкого металла в ПК положены известные уравнения Навье-Стокса, неразрывности жидкого металла и теплопереноса:

$$(\vec{V}\nabla)\vec{V} = -\nabla p + \nu \cdot \Delta \vec{V} + \vec{g} ; \quad (1)$$

$$\nabla \vec{V} = 0 ; \quad (2)$$

$$\nabla(\vec{V} \cdot T) = \nabla(\lambda \cdot \nabla T) + Q, \quad (3)$$

где $\vec{V}$ – вектор скорости; p – давление; ν – кинематический коэффициент эффективной вязкости; g – вектор, учитывающий действие массовых объемных сил (ускорение силы тяжести); T – температура, λ – теплопроводность металла, Q – объемный источник теплоты, учитывающий теплоту кристаллизации стали.

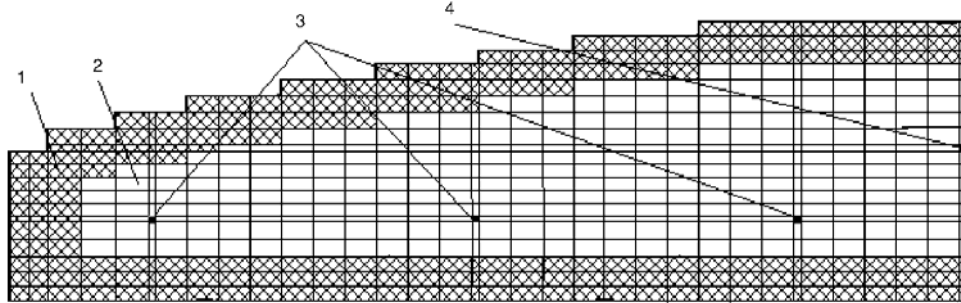


Рисунок 1 – Схема разбиения ПК на расчетные области:

1 - футеровка; 2 - жидкий металл; 3 - стаканы-дозаторы;
4 - место входа струи металла из сталеразливочного ковша

Учитывая характер задачи, геометрию ПК достаточно аппроксимировать ортогональной неравномерной сеткой и использовать в уравнениях (1)-(3) декартову систему координат. Как правило, систему стационарных уравнений решают методом установления, что позволяет ввести итерационный параметр τ , который в нашем случае является физической величиной – временем процесса.

Таким образом, вектор скорости $\vec{V}$ можно разложить на составляющие по осям OX , OY : $\vec{V} = V(u, v)$ соответственно. Для удобства вывода уравнений (1) вводят нормированное давление $\tilde{p} = p / c$. Величину Q в уравнении (3) заменяют эффективной теплоемкостью $c_{эф}$, которая учитывает выделение теплоты кристаллизации при затвердевании стали в интервале температур «ликвидус T_L – солидус T_S ». Также вводят дополнительное допущение о том, что ниже температуры T_L металл в ПК теряет жидкоподвижность, то есть $u = 0$, $v = 0$.

Основные уравнения в декартовых координатах имеют вид:

– уравнения переноса движения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial(u \cdot v)}{\partial y} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} + \nu \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right); \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(u \cdot v)}{\partial x} + \frac{\partial(v^2)}{\partial y} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial y} + \nu \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right); \quad (5)$$

– уравнение неразрывности (при постоянной плотности металла)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0; \quad (6)$$

– уравнение теплопереноса (для затвердевшего металла принимают $u = 0$, $v = 0$; для футеровки ПК – соответствующие теплофизические характеристики λ , c , ρ)

$$c_{\dot{y}o} \cdot \rho \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{\partial(u \cdot T)}{\partial x} + \frac{\partial(v \cdot T)}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right). \quad (7)$$

Интенсивность выделения теплоты кристаллизации определяется правилом равновесного рычага в интервале температур «ликвидус-солидус» [2]:

$$\tilde{n}_{\dot{o}} = \tilde{n}_{\dot{e}} \cdot (1 - \xi) + \tilde{N}_{\dot{o}} \cdot \xi + \frac{L}{T_L - T_S}, \quad (8)$$

где $c_{ж}, c_m$ – теплоемкость стали в жидком и твердом состоянии соответственно; ξ – относительное количество выделившейся твердой фазы (0...1); L – теплота фазового перехода при кристаллизации стали.

В основу численной реализации уравнений переноса количества движения (4)-(6) положена явная схема расщепления по физическим факторам О.М. Белоцерковс-кого с использованием так называемой «шахматной» сетки. Уравнение теплового состояния жидкого металла и футеровки ковша (7) аппроксимируют с использованием пересчетной схемы Н.И. Никитенко [3].

Для решения системы уравнений (4)-(7) вводят неравномерную сетку с шагом интегрирования по времени $\Delta\tau$, который на время расчета устанавливают постоянным, и определяют из условия устойчивости конечно-разностной схемы.

В соответствии со схемой расщепления по физическим факторам на первом этапе предполагается перенос количества движения только за счет конвекции и диффузии, что позволяет определить промежуточное поле скорости для u -направления:

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{u}_{i,j} - u_{i,j}^n}{\Delta\tau} + \frac{(u_{i+1/2,j}^n)^2 - (u_{i-1/2,j}^n)^2}{h_{xi}} + \frac{2}{h_{yj} + h_{yj-1}} \cdot (u_{i,j+1/2}^n \cdot v_{i+1/2,j}^n - u_{i,j-1/2}^n \cdot v_{i+1/2,j-1}^n) = \\ , \\ = \frac{v}{h_{xi}} \left[\frac{2}{h_{xi+1} + h_{xi}} \cdot (u_{i+1,j}^n + u_{i,j}^n) - \frac{2}{h_{xi} + h_{xi-1}} \cdot (u_{i,j}^n - u_{i-1,j}^n) \right], \end{aligned} \quad (11)$$

где индекс n указывает на то, что берутся известные значения полей скоростей; $\tilde{u}_{i,j}$ – горизонтальная составляющая промежуточного поля скорости.

Значения полей скоростей с дробными индексами определяют по простым интерполяционным соотношениям:

$$u_{i+1/2,j}^n = 0,5(u_{i,j}^n + u_{i+1,j}^n); \quad u_{i-1/2,j}^n = 0,5(u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n); \quad (12)$$

$$v_{i+1/2,j}^n = 0,5(v_{i,j}^n + v_{i+1,j}^n); \quad v_{i-1/2,j}^n = 0,5(v_{i,j}^n + v_{i-1,j}^n).$$

Аналогично определяют конечно-разностное соотношение для вертикальной составляющей скорости v .

При аппроксимации конвективных слагаемых в уравнении (12) используют центральную конечно-разностную схему, при этом ее устойчивость ограничивают числом Рейнольдса $Re \leq 2$. Для устранения подобной неустойчивости, а также учета тур-булентного характера движения, вводят эффективный коэффициент кинематической вязкости:

$$v = v_m + \frac{\Delta}{Re_{\Delta}} |V|, \quad (13)$$

где v_m – молекулярная (истинная) кинематическая вязкость металла; Δ – определяющий шаг сетки; Re_{Δ} – сеточное число Рейнольдса; $|V|$ – модуль скорости.

На втором этапе расщепления по найденному промежуточному полю скорости $(\tilde{u}_{i,j}, \tilde{v}_{i,j})$ с учетом условия несжимаемости жидкости находят поле нормированного давления $\tilde{p}$:

$$\frac{\tilde{D}_{i,j}}{\Delta\tau} = \frac{2}{h_{xi} + h_{xi-1}} \cdot \left(\frac{\tilde{p}_{i+1,j} - \tilde{p}_{i,j}}{h_{xi}} - \frac{\tilde{p}_{i,y} - \tilde{p}_{i-1,j}}{h_{xi-1}} \right) + \frac{2}{h_{yj} + h_{yj-1}} \cdot \left(\frac{p_{i,j+1} - p_{ij}}{h_{yj}} - \frac{p_{i,j} - p_{i,j-1}}{h_{yj-1}} \right), \quad (14)$$

где величину дивергенции промежуточного поля скоростей определяют по соотношению

$$\tilde{D}_{i,j} = \frac{\tilde{u}_{i,j} - \tilde{u}_{i-1,j}}{h_{xi}} + \frac{\tilde{v}_{i,j} - \tilde{v}_{i,j-1}}{h_{yi}}. \quad (15)$$

Решение системы уравнений (12)-(13) производят методом верхней релаксации. Процесс установления решения считают завершенным при выполнении условия:

$$\sum_{i=2}^{M-1} \sum_{j=2}^{N-1} \left[-\frac{\tilde{D}_{i,j}}{\Delta\tau} + \frac{\partial^2 \tilde{p}_{i,j}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_{i,j}}{\partial^2 y} \right] \leq \Psi, \quad (16)$$

где Ψ – малое положительное число ($\sim 10^{-2} \dots 10^{-3}$).

На третьем этапе расщепления корректируют поле скорости за счет градиента давления:

$$\frac{u_{i,j}^{n+1} - \tilde{u}_{i,j}}{\Delta\tau} = -\frac{\tilde{p}_{i+1,j} - \tilde{p}_{i,j}}{h_{xi}}. \quad (17)$$

Аналогично производят определение конечно-разностного соотношения для вертикальной составляющей скорости v .

Необходимые условия устойчивости решения разностных уравнений переноса количества движения определяют при помощи метода дифференциальных приближений:

$$\Delta\tau \leq \frac{2\nu}{\max[u^2, v^2]}. \quad (18)$$

В соответствии с пересчетной схемой Н.И. Никитенко решение уравнения теплопроводности (7) выполняют в два этапа:

– на первом этапе определяют температуры вследствие конвективного переноса:

$$\begin{aligned} \frac{T_{i,j} - T_{i,j}^n}{\Delta\tau} + \frac{1}{2h_{xi}} \cdot \left[u_{i,j}^{n+1} \cdot (T_{i+1,j}^n + T_{i,j}^n) - u_{i-1,j}^{n+1} \cdot (T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n) \right] + \\ + \frac{1}{2h_{yi}} \cdot \left[v_{i,j}^{n+1} \cdot (T_{i,j+1}^n + T_{i,j}^n) - v_{i,j-1}^{n+1} \cdot (T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n) \right] = 0, \end{aligned} \quad (19)$$

– на втором этапе вычисляют температуры вследствие конвективного и диффузионного переноса:

$$\frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta\tau} + \frac{1}{2h_{xi}} \cdot \left[u_{i,j}^{n+1} \cdot (\tilde{T}_{i+1,j}^n + \tilde{T}_{i,j}^n) - u_{i-1,j}^{n+1} \cdot (T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n) \right] +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2h_{yi}} \cdot \left[v_{i,j}^{n+1} \cdot (\tilde{T}_{i,j+1}^n + \tilde{T}_{i,j}^n) - v_{i,j-1}^{n+1} \cdot (T_{i,y}^n + T_{i,j-1}^n) \right] = \\
& = \frac{1}{c_{y\phi} \cdot \rho} \cdot \left[\frac{2}{h_{xi} + h_{xi-1}} \cdot \left(\lambda_{i+1/2,j} \cdot \frac{\tilde{T}_{i+1,j} - \tilde{T}_{i,j}}{h_{xi}} - \lambda_{i-1/2,j} \cdot \frac{\tilde{T}_{i,j} - \tilde{T}_{i-1,j}}{h_{xi-1}} \right) + \right. \\
& \quad \left. + \frac{2}{h_{yj} - h_{yj-1}} \cdot \left(\lambda_{i,j+1/2} \cdot \frac{\tilde{T}_{i,j+1} - \tilde{T}_{i,j}}{h_{yj}} - \lambda_{i,j-1/2} \cdot \frac{\tilde{T}_{i,j} - \tilde{T}_{i,j-1}}{h_{yj-1}} \right) \right], \quad (20)
\end{aligned}$$

где коэффициенты теплопроводности на границах контрольного объема определяют как средние гармонические [4].

Для решения системы уравнений (11)-(20) в конечно-разностном виде необходимо задание условий однозначности.

В нашем случае при расчетах процессов заполнения и теплообмена жидкой стали в ПК начальное распределение температур принимаем однородным:

$$T(0, x, y) = T_i. \quad (21)$$

Сталь поступает в ковш с заданной скоростью и температурой:

$$\begin{aligned}
u(\tau, x_u, y_u) &= 0; \\
v(\tau, x_u, y_u) &= -v_0; \\
T(\tau, x, y) &= T_0.
\end{aligned} \quad (22)$$

Истечение металла из ПК через выпускные стаканы-дозаторы происходит со скоростью, которая определяется из баланса прихода и расхода металла в ковше:

$$v(\tau, x_a, y_a) = -v_1. \quad (23)$$

На стенках ковша, границе жидкого металла и затвердевшей корки оси симметрии для нормальной составляющей скорости принимают условия непротекания:

$$\begin{aligned}
u(\tau, x, y)|_{\perp} &= 0; \\
v(\tau, x, y)|_{\perp} &= 0.
\end{aligned} \quad (24)$$

Тангенциальная составляющая скорости на границе удовлетворяет условию прилипания:

$$\begin{aligned}
u(\tau, x, y)|_{\angle} &= 0; \\
v(\tau, x, y)|_{\angle} &= 0.
\end{aligned} \quad (25)$$

Так как касательную составляющую скорости при этом всегда рассчитывают на расстоянии $h/2$ (h – шаг сетки по оси OX или OY) по нормали от этой поверхности, то для удовлетворения условия (24) вводят заграничные ячейки [5], в которых определяют фиктивные скорости:

$$\begin{aligned}
u_{i,j+1}^* &= -u_{i,j}; \\
v_{i,j+1}^* &= -v_{i,j},
\end{aligned} \quad (26)$$

где скорости, помеченные знаком «*», являются фиктивными, находящимися за границами расчетной области.

Граничные условия для расчета поля давлений задают известной компонентой скорости по нормали к стенке. Например, учитывая условия непротекания для боковой стенки ковша $u_{i,j}^{N+1} = 0$, из (17) $\tilde{p}_{i+1,j} = \tilde{p}_{i,j}$. Тогда уравнение (14) будет иметь упрощенный вид:

$$\frac{\tilde{D}_{i,j}}{\Delta\tau} = \frac{2}{h_{xi} + h_{xi-1}} \cdot \left(-\frac{\tilde{p}_{i,y} - \tilde{p}_{i-1,j}}{h_{xi-1}} \right) + \frac{2}{h_{yj} + h_{yj-1}} \cdot \left(\frac{\tilde{p}_{i,j+1} - \tilde{p}_{ij}}{h_{yj}} - \frac{\tilde{p}_{i,j} - \tilde{p}_{i,j-1}}{h_{yj-1}} \right), \quad (27)$$

где $\tilde{D}_{i,j} = \frac{-\tilde{u}_{i-1,j}}{h_{xi}} + \frac{\tilde{v}_{i,j} - \tilde{v}_{i,j-1}}{h_{yi}}$.

Условия теплообмена на оси симметрии имеют вид:

$$\pm \lambda \frac{\partial T}{\partial n} = 0. \quad (28)$$

Теплоотдачу с наружной поверхности зеркала металла с учетом шлаковой прослойки описывают условиями лучисто-конвективного теплообмена:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha_k \cdot (T_n - T_{cp}) + \varepsilon \cdot \sigma_0 \cdot (T_n^4 - T_{cp}^4) \quad (29)$$

где α_k – коэффициент теплоотдачи конвекцией; ε – степень черноты тела; σ_0 – константа Стефана-Больцмана; T_n , T_{cp} – температура поверхности металла и температура среды, соответственно.

Принимая во внимание размещение сеточных значений температур в центре ячеек, определение температуры по формуле (29) производят по методу Ньютона.

Теплообмен на границе «металл-футеровка ковша» описывают краевыми условиями четвертого рода:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{G-0} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{G+0}. \quad (30)$$

В результате численных исследований установлено, что в объеме ПК имеют место несколько застойных зон (рис. 2). Это предопределяет возникновение в процессе разливки значительного перепада температур между центральными и крайними стаканами-дозаторами (30 °С) вследствие охлаждения потоков металла при движении к крайним ручьям, что может привести к образованию настыли на торцах внутренней полости ПК.

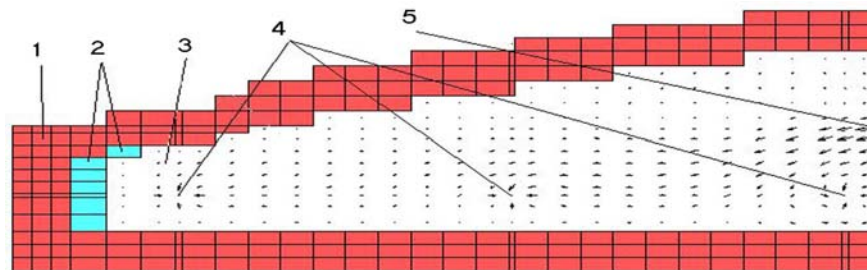


Рисунок 2 – Образование настылей в ПК базовой конструкции:

- 1 - футеровка; 2 - намерзший металл; 3 - жидкий металл; 4 - стаканы-дозаторы;
5 - место входа струи металла из сталеразливочного ковша

Проведенное сравнение результатов математического моделирования с данными, полученными в ходе физического моделирования [1], позволяет утверждать об адекватности разработанной модели.

Для направления высокотемпературных потоков жидкого металла в застойные зоны с целью обеспечения минимального перепада температуры между ручьями, как уже было выше указано, предложено использовать огнеупорную перегородку. В результате выполнения ряда численных экспериментов установлено, что высота огнеупорной перегородки должна составлять 450 мм при длине 3,8 м. Такая конструкция перегородки обеспечивает распределение скоростных и температурных потоков таким образом, что максимальный градиент температур между стаканами-дозаторами не превышает 4 °С (рис. 3).

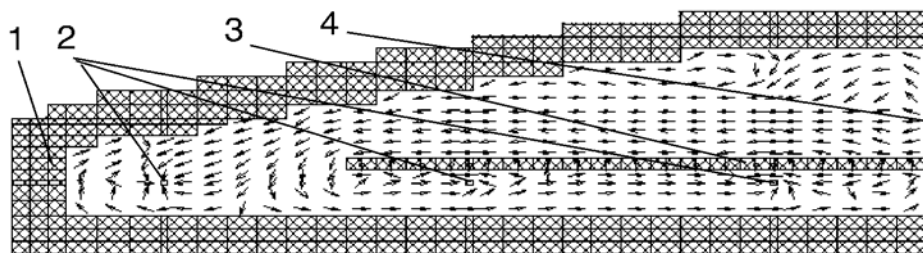


Рисунок 3 – Направление потоков жидкого металла в объеме промежуточного ковша, оборудованного огнеупорной перегородкой: 1 - футеровка; 2 - стаканы-дозаторы; 3 - огнеупорная перегородка; 4 - место входа струи металла из сталеразливочного ковша

Заключение. На основании математического моделирования тепломассообменных процессов в промежуточном ковше МНЛЗ определены местоположение и геометрические параметры огнеупорной перегородки, способствующей равенству температуры металла на каждом ручье МНЛЗ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ogurcow, A. P. Numeryczne modelowanie hydromechaniki przeplywu stali i ciepla w kadzi-posredniej urzadzenia COS w warunkach Kombinatu Metalurgicznego w Dnieproziensku [Текст] / A. P. Ogurcow, J. A. Milenkij, A. W. Gress // VII seminarium naukowe «Nowe technologie i materialy w metalurgii i inzynierii materialowej», 13-14 maja 1999 r. – Katowice, 1999. – P. 161–171. – ISBN 83-88000-00-4.
2. Математическая модель процесса образования корки металла в период заполнения изложницы [Текст] / А. П. Огурцов, С. Е. Самохвалов, В. П. Полетаев, И. В. Губарев // Наука – производству : науч.-техн. сб. – Киев : Вища школа, 1991. – С. 12-15.
3. Никитенко, Н. И. Сопряженные и обратные задачи тепломассопереноса [Текст] / Н. И. Никитенко. – Киев : Наукова думка, 1993. – 220 с. – Библиогр. : с. 216-219.
4. Патанкар, С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости [Текст] / С. Патанкар. – М. : Энергоатомиздат, 1984. – 152 с. – Библиогр. : с. 147-151.
5. Огурцов, А. П. Численные методы исследования гидродинамических и тепломассопере-носных процессов сталеплавильного производства [Текст] / А. П. Огурцов, С. Е. Самохвалов. – Киев : Наукова думка, 1993. – 220 с. – Библиогр. : с. 213-217. – ISBN 966-00-0724-8.

Стаття надійшла до редакції 10.04.2012 р.

Рецензент, проф. І.Г. Яковлева