

М.Ю. Пазюк, проректор, д.т.н. профессор

Н.А. Миняйло, доцент, к.т.н.

## **ПОСТРОЕНИЕ ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ХИМИЧЕСКИХ КОМПОНЕНТОВ ЖЕЛЕЗОРУДНОГО КОНЦЕНТРАТА К НЕЧЕТКИМ МНОЖЕСТВАМ**

*Запорожская государственная инженерная академия*

У статті розглядається підхід ідентифікації хімічного складу заданого об'єму залізорудних матеріалів в умовах коливання вмісту його компонентів на базі теорії нечітких множин.

В статье рассматривается подход идентификации химического состава заданного объема железорудных материалов в условиях колебания содержания его компонентов на базе теории нечетких множеств.

*Введение.* Технологические процессы, связанные с перегрузками сыпучих материалов, а также формированием их качественных показателей, характеризуются колеблемостью значений основных параметров и возмущающих факторов [1,2]. Такие изменения вызваны колебанием химического состава и физических свойств горных пород, из которых извлекают необходимый элемент. В процессе подготовки руд к доменному переделу стремятся стабилизировать качественные показатели сыпучих материалов, но значения их все равно варьируются в некоторых пределах.

*Анализ литературных источников.* Для математического описания процессов перегрузки и усреднения качественных показателей железорудных материалов на рудных дворах металлургических предприятий применяются корреляционные функции и спектральные плотности, которые позволяют произвести оценку влияния различных параметров штабелей на эффективность стабилизации свойств сыпучих материалов после полного цикла прохождения ими технологических агрегатов [3,4]. Особый интерес представляет возможность прогнозирования и оценки эффективности распределения и усреднения характеристик сырья в режиме реального времени.

Основным показателем процесса усреднения качественных показателей железорудных материалов является повышение стабильности их химического состава, которое достигается путем возможных перестановок объемов. Порядок распределения партий сырья, пришедших в железнодорожном составе, по полям приемной траншеи и штабеля на рудном дворе, оборудованном рудно-грейферными перегружателями, остается за бригадиром данного участка и основывается на его опыте и интуиции. Отсутствие эффективной системы принятия решения по управлению данными процессами обусловлено значительным числом неопределенностей. Выполнение технологической инструкции позволяет распределять материал по массе, достигая при этом минимальные перекосы по высоте штабеля, но со значительными колебаниями содержания железа. Согласно технологии агломерации и выплавки чугуна главным показателем является стабильность химического состава поступающей шихты и агломерата, диапазон колебаний содержания железа в которых должен составлять не более  $\pm 0,5$  % от среднего по объему [5].

*Постановка задачи.* В данной работе рассматривается возможность описания химического состава железорудных материалов на базе теории нечетких множеств, рекомендуемой для построения систем управления сложными процессами с неопределенными значениями технологических параметров.

*Основная часть.* Суть выбранного математического аппарата заключается в описании параметров технологического процесса или влияющих на него факторов с помощью нечетких множеств, а также установление взаимосвязи между ними на основе логических правил «если-то». Связь между универсальным и нечетким множеством устанавливается на основе функций принадлежности (ФП), которые строятся с помощью прямых или косвенных методов. Выбор метода основывается на полноте исходной информации или уровня соответствия рассматриваемой ситуации [6,7].

На первом этапе для построения ФП параметров химического состава концентрата к нечетким множествам используют косвенный метод попарных сравнений Саати [8], который основывается на опросе экспертов и является наиболее развернутым [6].

Рассмотрим построение ФП на примере содержания железа в концентрате. Параметр «содержание железа в концентрате ( $Fe$ )» определен на универсальном множестве  $Fe = \{62 \%, 65 \%\}$ . Диапазон изменения значений данного параметра разбивается на интервалы, величина которых составила 0,5 %, что соответствует порогу чувствительности дальнейших процессов передела железорудных материалов.

После разбиения на интервалы определены семь характерных значений:

$$U = \{Fe\} = \{u_1 = 62,0 \%; u_2 = 62,5 \%, u_3 = 63,0 \%, u_4 = 63,5 \%, u_5 = 64,0 \%, u_6 = 64,5 \%, u_7 = 65,0 \%\}$$

При выборе количества термов, которые описывают возможные значения лингвистической переменной, необходимо обратить внимание на число правил, которые будут формироваться для установления взаимосвязи между параметрами системы. Для оценивания содержания железа в концентрате приняты такие лингвистические оценки: «низкое» (Н), «среднее» (С), «высокое» (В) содержание.

Для определения функций принадлежности  $\mu_A(u_i)$  значений параметра  $u_i$  к нечеткому множеству  $A$ , на основании экспертной оценки специалистов по черной металлургии формируют матрицу попарных сравнений  $M = \|m_{ij}\|$ ,  $i, j = \overline{1, n}$ , где  $n$  – количество точек, в которых сравниваются значения  $\mu_A(u)$ ;  $m_{ij}$  - число, которое показывает во сколько раз  $\mu_A(u_i)$ , по мнению эксперта, превосходит  $\mu_A(u_j)$ :

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & \dots & m_{1j} & \dots & m_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{i1} & \dots & m_{ij} & \dots & m_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{n1} & \dots & m_{nj} & \dots & m_{nn} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Значения  $m_{ij}$  определяют по принятой девятибалльной шкале оценок [6]. Матрица  $M(1)$  для терма «Н» имеет значения, представленные в табл. 1.

**Таблица 1** – Значения параметров  $m_{ij}$  для матрицы  $M(1)$

|       | $u_1$ | $u_2$         | $u_3$         | $u_4$         | $u_5$         | $u_6$         | $u_7$         |
|-------|-------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $u_1$ | 1     | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{7}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{9}$ |
| $u_2$ | 2     | 1             | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{7}$ | $\frac{1}{8}$ |
| $u_3$ | 3     | 2             | 1             | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{7}$ |
| $u_4$ | 5     | 3             | 2             | 1             | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{5}$ |
| $u_5$ | 7     | 5             | 3             | 2             | 1             | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ |
| $u_6$ | 8     | 7             | 5             | 3             | 2             | 1             | $\frac{1}{2}$ |
| $u_7$ | 9     | 8             | 7             | 5             | 3             | 2             | 1             |

Далее для матрицы определяют собственные числа  $\lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_n$  и наибольшее собственное число  $\lambda_{\max}$ . Согласно уравнению:

$$M \cdot \hat{O} = \lambda_{\max} \cdot \hat{O}, \quad (2)$$

вычисляют значения собственного вектора  $\hat{O} = [\hat{O}_i]$ , а далее значения функции принадлежности:

$$\mu_A(u_i) = \frac{\hat{O}_i}{\sum_{i=1}^n \hat{O}_i}. \quad (3)$$

Составленная матрица имеет размерность 7 x 7, согласно уравнению (2) характеристический полином будет седьмой степени. Для определения максимального собственного числа матрицы использовали численный метод тригонометрических и гиперболических поворотов. При этом  $\lambda_{\max} = 7,1577$ , а значения собственного вектора  $[\Phi_i]$  соответственно:  $\Phi_1 = 0,770$ ;  $\Phi_2 = 0,499$ ;  $\Phi_3 = 0,316$ ;  $\Phi_4 = 0,190$ ;  $\Phi_5 = 0,115$ ;  $\Phi_6 = 0,073$ ;  $\Phi_7 = 0,050$ .

Так как степень несогласованности оценок эксперта  $IS$  ( $IS = (\lambda_{\max} - n)/(n - 1)$ , где  $n$  – параметр матрицы) составляет 0,026, то можно принять, что согласованность их мнений является полной. Тогда матрица попарных сравнений обладает следующими свойствами: диагональные элементы ее равны 1, а для элементов, симметричных относительно диагонали, выполняется условие  $m_{ji} = 1/m_{ij}$ , то есть если один элемент оценивается в  $\alpha$  раз сильнее, чем другой, то этот последний должен быть в  $1/\alpha$  раз сильнее, чем первый [7]. При формировании такой матрицы экспертно определяют только одну строку, остальные элементы находят исходя из свойства транзитивности матрицы:

$$m_{ij} = \frac{m_{kj}}{m_{ki}}, \quad (4)$$

где  $i, j, k = 1, n$ .

**Таблица 2** – Попарное сравнение разных значений параметров  $u_i$

|       | $u_1$ | $u_2$ | $u_3$ | $u_4$ | $u_5$ | $u_6$ | $u_7$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $u_1$ | 1     | 8/9   | 7/9   | 5/9   | 3/9   | 2/9   | 1/9   |
| $u_2$ | 9/8   | 1     | 7/8   | 5/8   | 3/8   | 2/8   | 1/8   |
| $u_3$ | 9/7   | 8/7   | 1     | 5/7   | 3/7   | 2/7   | 1/7   |

|       |     |     |     |     |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $u_4$ | 9/5 | 8/5 | 7/5 | 1   | 3/5 | 2/5 | 1/5 |
| $u_5$ | 9/3 | 8/3 | 7/3 | 5/3 | 1   | 2/3 | 1/3 |
| $u_6$ | 9/2 | 8/2 | 7/2 | 5/2 | 3/2 | 1   | 1/2 |
| $u_7$ | 9   | 8   | 7   | 5   | 3   | 2   | 1   |

Формируют матрицу, которая отображает попарные сравнения разных значений параметров  $u_i$  с точки зрения их близости к терму «Н» (табл. 2).

Значение  $u_1 = 62,0$  % по близости к свойству «Н» абсолютно превосходит значение  $u_7 = 65,0$  %, поэтому элемент  $m_{71}$  матрицы равен 9. По близости к свойству «Н» значение  $u_2 = 62,5$  % является практически абсолютно превосходящим  $u_7$ , поэтому значение  $m_{72}$  определено равным 8. Аналогично определено, что  $m_{73} = 7$ ,  $m_{74} = 5$ ,  $m_{75} = 3$ ,  $m_{76} = 2$ . Все диагональные элементы матрицы попарных сравнений составляют:  $m_{11} = m_{22} = m_{33} = m_{44} = m_{55} = m_{66} = m_{77} = 1$ .

Поскольку известными являются элементы седьмого ряда матрицы, то произвольные элементы данной матрицы определяют в соответствии с формулой (4). Согласно данному соотношению, элементы первой строки равняются:  $m_{12} = m_{72}/m_{71} = 8/9$ ;  $m_{15} = m_{75}/m_{71} = 3/9$ ;  $m_{13} = m_{73}/m_{71} = 7/9$ ;  $m_{16} = m_{76}/m_{71} = 2/9$ ;  $m_{14} = m_{74}/m_{71} = 5/9$ ;  $m_{17} = m_{77}/m_{71} = 1/9$ .

Аналогично определяют значения элементов для второй...шестой строк матрицы.

Применяя соотношение:

$$\begin{aligned}\mu_1 &= (1 + m_{12} + m_{13} + \dots + m_{1n})^{-1}; \\ \mu_2 &= (m_{21} + 1 + m_{23} + \dots + m_{2n})^{-1}; \\ &\dots\dots\dots \\ \mu_n &= (m_{n1} + m_{n2} + m_{n3} + \dots + 1)^{-1}\end{aligned}\quad (5)$$

получают степень принадлежности элементов  $u_1 \dots u_7$  к терму «Н»:

$$\begin{aligned}\mu(u_1) &= (1 + 8/9 + 7/9 + 5/9 + 3/9 + 2/9 + 1/9)^{-1} = 0,257; \\ \mu(u_2) &= (9/8 + 1 + 7/8 + 5/8 + 3/8 + 2/8 + 1/8)^{-1} = 0,229; \\ \mu(u_3) &= (9/7 + 8/7 + 1 + 5/7 + 3/7 + 2/7 + 1/7)^{-1} = 0,200; \\ \mu(u_4) &= (9/5 + 8/5 + 7/5 + 1 + 3/5 + 2/5 + 1/5)^{-1} = 0,143; \\ \mu(u_5) &= (9/3 + 8/3 + 7/3 + 5/3 + 1 + 2/3 + 1/3)^{-1} = 0,086; \\ \mu(u_6) &= (9/2 + 8/2 + 7/2 + 5/2 + 3/2 + 1 + 1/2)^{-1} = 0,057; \\ \mu(u_7) &= (9 + 8 + 7 + 5 + 3 + 2 + 1)^{-1} = 0,029.\end{aligned}$$

Так как полученные значения ФП по первому и второму способу являются суб-нормальными, то выполняют их нормирование по формуле:

$$\bar{\mu}_A(u_i) = \frac{\mu_A(u_i)}{\max \mu_A(u_i)}. \quad (6)$$

Результаты расчетов приведены в табл. 3.

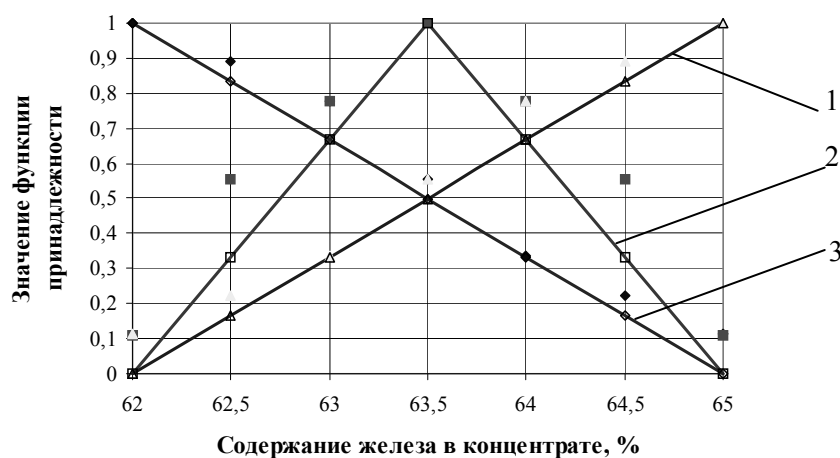
**Таблица 3** – Сравнительные показатели значений ФП к терму «Н»

| Значения нечетного множества | Вариант построения ФП | $u_1$ | $u_2$ | $u_3$ | $u_4$ | $u_5$ | $u_6$ | $u_7$ |
|------------------------------|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                              |                       |       |       |       |       |       |       |       |

|                                 |   |       |       |       |       |       |       |       |
|---------------------------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| субномального<br>$\mu_H(u)$     | 1 | 0,383 | 0,248 | 0,160 | 0,094 | 0,057 | 0,036 | 0,025 |
|                                 | 2 | 0,257 | 0,229 | 0,200 | 0,143 | 0,086 | 0,057 | 0,029 |
| нормального<br>$\bar{\mu}_H(u)$ | 1 | 1     | 0,848 | 0,718 | 0,545 | 0,350 | 0,194 | 0,115 |
|                                 | 2 | 1     | 0,891 | 0,778 | 0,556 | 0,335 | 0,222 | 0,113 |

*Анализ полученных результатов.* Согласно проведенным расчетам установлено, что значения ФП к терму «Н», полученные на основе опроса экспертов по первому и второму вариантам, отличаются на 4,8 %, при этом второй вариант, при допущении, что мнения экспертов согласованы, значительно упрощает методику расчета, исключая нахождение корней полинома  $n$ -степени.

При дальнейших определениях ФП значений параметра «содержание железа в концентрате» к термам «С» и «В» применяют вторую методику расчета (рис. 1).



**Рисунок 1** – Функции принадлежности содержания железа в концентрате к нечеткому множеству

1 - ФП для терма «В»; 2 - ФП для терма «С»; 3 - ФП для терма «Н»; точки - расчетные ФП, линии - аппроксимированные ФП

Для упрощения использования полученных ФП в средах математических программ, их аппроксимировали стандартными ФП, в данном случае функциями кусочно-линейного типа:

$$\mu_H(u) = \begin{cases} 1, & u \leq 62 \\ \frac{65-u}{3}, & 62 \leq u \leq 65 \\ 0, & u \geq 65 \end{cases} \quad \mu_B(u) = \begin{cases} 0, & u \leq 62 \\ \frac{u-65}{3}, & 62 \leq u \leq 65 \\ 1, & u \geq 65 \end{cases}$$

$$\mu_C(u) = \begin{cases} 0, & u \leq 62 \\ \frac{u-62}{1,5}, & 62 \leq u \leq 63,5 \\ \frac{65-u}{1,5}, & 63,5 \leq u \leq 65 \\ 0, & u \geq 65 \end{cases}$$

Таким образом, согласно рис. 1, терму «Н» соответствует диапазон содержания железа в концентрате – 62...63 %, терму «С» – 63...64 % и терму «В» – 64...65 %. Задавая значение содержания железа в концентрате ( $Fe = 62,75 \%$ ) можно производить его перевод в логическую переменную:

$$\mu(62,75) = \max \{ \mu_H(62,75); \mu_B(62,75); \mu_C(62,75) \} = 0,75,$$

что соответствует терму «Н».

*Выводы.* Найденные ФП являются приблизительными, так как их параметры при разработке системы нечеткого управления и адаптации ее к конкретному производству могут изменяться. При этом предложенный подход для идентификации параметров, влияющих на процесс усреднения качественных показателей железорудных материалов на рудном дворе, характеризующихся колеблемостью значений, позволит систематизировать и установить взаимосвязи между параметрами процессов перегрузки сыпучих материалов и формирования их качественных показателей на уровне нечетких множеств и в режиме реального времени. Полученная система позволит упростить процесс принятия решения по управлению работой рудного двора.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шупов, Л. П. Математические модели усреднения [Текст] / Л. П. Шупов. – М. : Недра, 1978. – 288 с. – Библиогр. : с. 281-284.
2. Бастан, П. П. Теоретические основы усреднения руд [Текст] / П. П. Бастан, Е. И. Ключкин, Е. И. Азбель // Известия Вузов. Горный журнал. – 1977. – № 11. – С. 33-42.
3. Михайлова, Л. Ф. О закономерностях усреднения сырья на рудных дворах с грейферными перегружателями [Текст] / Л. Ф. Михайлова, П. Г. Русаков // Известия Вузов. Черная металлургия. – 1983. – № 2. – С. 123-127.
4. Казанский, К. В. Обобщенный метод расчета емкости усреднительного штабеля [Текст] / К. В. Казанский // Обогащение руд. – 1980. – № 12. – С. 146-156.
5. Гончаров, Б. Ф. Подготовка шихтовых материалов к доменной плавке [Текст] / Б. Ф. Гончаров. – М. : Металлургия, 1970. – 186 с. – Библиогр. : с. 183-185.
6. Зайченко, Ю. П. Дослідження операцій [Текст] : підручник / Ю. П. Зайченко. – Київ : Видавничий Дім «Слово», 2006. – 816 с. – Бібліогр. : с. 812-815. – ISBN 966-8407-64-4.
7. Леоненков, А. В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH [Текст] / А. В. Леоненков. – СПб. : БХВ-Петербург, 2003. – 736 с. – Библиогр. : 717-719. – ISBN 5-94157-087-2.
8. Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения [Текст] : пер. с англ. / Под. ред. Р.Р. Ягера. – М. : Радио и связь, 1986. – 408 с. – Библиогр. : с. 389-399.

Стаття надійшла до редакції 10.04.2012

р.  
Рецензент, проф. А.М. Ніколаєнко