УДК 534.1

Арраш Вассім, магістрант гр. БУД-16-1мд
Банах А. В., доц., к.т.н. – науковий керівник

СТРУКТУРНЕ ДЕМПФУВАННЯ

Запорізька державна інженерна академія, кафедра МБГ

Демпфування, що дозволяє записати математичне рівняння, яке включає механізм з лінійним гасінням коливань і набуває досить хорошого наближення до цього процесу на практиці, називається структурним, або гістерезисним. Велика кількість матеріалів, що знаходяться під дією циклічного навантаження (при деформаціях, нижчих за межу пружності), виявляють зв'язок між напруженнями і деформаціями, який характеризується петлею гістерезису. Енергія, що розсіюється за один цикл коливань внаслідок внутрішнього тертя в матеріалі, пропорційна площі петлі гістерезису й тому процес називається гістерезисним демпфуванням. Встановлено, що внутрішнє тертя не залежить від швидкості деформування (отже, і від частоти коливань) і в досить великому діапазоні прямо пропорційне зсуву. Таким чином, сила демпфування пропорційна пружній силі, але, оскільки енергія розсіюється, вона має бути в одній фазі із швидкістю (в квадратурі зі зміщенням).

Отже, для простого гармонійного руху при коливаннях сила демпфування дорівнює:

$$j\gamma\kappa x = \gamma\kappa\frac{\xi'}{\omega},$$

де γ – коефіцієнт структурного демпфування.

Рівняння руху системи з одним ступенем свободи і структурним демпфуванням можна записати у вигляді:

$$mx'' + \frac{\gamma k}{\omega}x' + kx = Fe^{j\omega t} \quad \text{або} \quad mx'' + k(1 + j\gamma)x = Fe^{j\omega t},$$

де $k\cdot(1 + j\cdot\gamma)$ – комплексна жорсткість.

Рішення останнього рівняння для сталого стану записується у вигляді:

$$x = Xe^{j\omega t} = \left[\frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\gamma}\right]\cdot\frac{Fe^{j\omega t}}{k}$$

Такий запис відповідає рівнянню для випадку вузького демпфування. Помноживши чисельник і знаменник у квадратних дужках на комплексний сполучене знаменнику вираз, можна отримати матеріальну та уявну компоненти зміщення:

$$x = \left[\frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right\}^2 + \gamma^2} - \frac{j\gamma}{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right\}^2 + \gamma^2}\right]\cdot\frac{Fe^{j\omega t}}{k}.$$

Відповідно,

$$\mathrm{Re}(x) = \left[\frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right\}^2 + \gamma^2}\right]\cdot\frac{Fe^{j\omega t}}{k}, \qquad \mathrm{Im}(x) = \left[\frac{-j\gamma}{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right\}^2 + \gamma^2}\right]\cdot\frac{Fe^{j\omega t}}{k}.$$

Загальне зміщення дорівнює:

$$\left|\frac{1}{\sqrt{\left\{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right\}^2+\gamma^2}}\right|\cdot\frac{Fe^{j\omega t}}{k}.$$

Зміщення відстає від вектору сили на кут, що дорівнює:

$$\theta = tg^{-1}\left[\frac{\gamma}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}\right].$$

Загальне зміщення (коефіцієнт підсилення) і кут θ накреслені на графіку в залежності від відношення ω / ω_0 для різних значень γ. Можна побачити, що залежність подібна аналогічній для вузького демпфірування, проте існують деякі незначні відмінності. Для структурного демпфування максимальний відгук спостерігається точно для відношення $\omega / \omega_0 = 1$, незалежно від демпфування. Для дуже низьких значень ω / ω_0 відгук для структурного демпфування залежить від величини γ, і фазовий кут θ прагне до$tg^{-1} \gamma$.

Якщо побудувати комплексний графік (суміщені векторний, полярний, квадратурний графіки та діаграму Найквіста) за значеннями правих частин рівнянь *Re(x)* та *Im(x)* в площині Арганда для значень $\gamma = 0{,}2$ і $\gamma = 0{,}6$, буде видно, що дві криві повністю симетричні відносно уявної осі, виключаючи початок відліку. Вони є аналогом діаграми Найквіста для віброзахисних систем. При $\omega / \omega_0 = 1$ матеріальна компонента дорівнює нулю, а уявна компонента максимальна.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Пановко Я. М. Введение в теорию механических колебаний / Пановко Я. М. – М.: Наука, 1971.
2. Елисеев С. В. Динамика механических систем с дополнительными связями / Елисеев С. В., Волков Л. Н., Кухаренко В. П. – Новосибирск: Наука (сибирское отделение), 1990. – 214 с.
3. Гордеев Б. А. Системы виброзащиты с использованием инерционности и диссипации реологических сред / Б. А. Гордеев, В. И. Ерофеев, А. В. Синев, О. О. Мугин. – М.: Физматлит, 2004. – 173 с.
4. Ляпунов В. Т. Резиновые виброизоляторы / Ляпунов В. Т., Лавендел Э. Э., Шляпочников С. А. – Л.: Судостроение, 1988.
5. Optimal Protection from Impact, Shock and Vibration/ D. V. Balandin, N. N. Bolotnik, W. D. Pelcey, etc. – Gordon and Breatcy Science Piblisheres, 2000.