

М.Ю. Пазюк, проректор, д.т.н., професор

Ю.М. Пазюк, доцент, к.т.н.

В.І. Іванов, ст. викладач

В.В. Шаповаленко, ст. наук. співробітник

МЕТОДИ ОЦІНКИ ГРАНУЛОМЕТРИЧНОГО СКЛАДУ ЗАЛІЗОВМІСНИХ СИПКИХ МАТЕРІАЛІВ

Запорізька державна інженерна академія

Рассмотрены методы и средства измерения гранулометрического состава сыпучих материалов и особенности их применения на обогатительных и агломерационных фабриках; виды функции распределения, используемые для описания гранулометрического состава сыпучих материалов, особенности использования балансового метода для исследования и моделирования процессов, протекающих при переработке сыпучих материалов.

Розглянуті методи та засоби вимірювання гранулометричного складу сипких матеріалів й особливості їх застосування на збагачувальних та агломераційних фабриках; види функції розподілу, що використовують для описування гранулометричного складу сипких матеріалів, особливості використання балансового методу для дослідження та моделювання процесів, що протікають під час переробки сипких матеріалів.

Вступ. Підвищення ефективності роботи промислових підприємств з переробки сипких матеріалів у гірничо-збагачувальній та металургійній галузях промисловості можна досягти за рахунок оперативного контролю якісних показників сировини та, в першу чергу, його гранулометричного складу. Розробка достатньо точних і надійних вимірювальних пристроїв і математичних моделей, що дозволяють автоматично контролювати гранулометричний склад сипких матеріалів у заданих точках технологічних ліній, уможливує управління роботою агломераційних машин залежно від параметрів потоку агломераційної шихти [1].

Є значна кількість методів і засобів вимірювання гранулометричного складу сипких матеріалів [2]. За принципом дії та характером вимірювань їх можна поділити на дві групи: дискретної й аналогової дії.

До першої групи відносять гранулометри, що засновані на використанні сухого або мокрого розсівання на грохотах. Розподіл за класами фракцій оцінюють за допомогою аналітичних формул, одержаних під час апроксимації кумулятивних кривих гранулометричного складу. Недоліками даної групи пристроїв є дискретність процесу вимірювання та відносно значна тривалість аналізу.

З погляду оперативності контролю гранулометричного складу сипких матеріалів переважними є вимірювачі фракційності у потоках, які дозволяють розмішувати системи контролю гранулометричного складу в контурах регулювання. До методів, що використовують для зазначеної групи вимірювачів, відносяться електронно-оптичний, кондуктометричний, а також метод, заснований на перетворенні параметрів шматка матеріалу на електричний імпульс [3]. У такому разі реєструють амплітудні та частотні характеристики пружного чутливого елемента під час його зіткнення із шматками матеріалу.

Специфічні умови роботи збагачувальних і агломераційних фабрик обмежують застосування вимірювальних пристроїв. До таких умов слід віднести підвищену хімі-

чну агресивність потоків, корозійну й абразивну дію середовища на чутливі елементи (у пульпах, потоках сипких матеріалів), вибухонебезпеку, а також діапазони змінювання параметрів (витрати, концентрації), що є властивими для зазначених виробництв.

Під час переробки сипких матеріалів будь-який технологічний продукт є неоднорідною сумішшю частинок, що розрізняються розміром, масою та хімічним складом, яку можна розглядати як статистичну сукупність [4]. Частка маси продукту, що доводиться на нескінченно вузький інтервал фракції, визначається щільністю розподілу $r[d]$. Відносний вміст усіх фракцій, що менше за d , характеризується функцією розподілу

$$R[< d] = \int_{d_{min}}^d r[d] dd, \quad (1)$$

головна властивість якого

$$\int_{d_{min}}^{d_{max}} r[d] dd = 1. \quad (2)$$

За виробничих умов гранулометричний склад продукту визначають за допомогою ситового аналізу або іншого методу, а вихід фракції задають дискретно. У такому разі функція розподілу має вигляд:

$$R[< d] = \sum_{i=1}^N r[d_i], \quad (3)$$

де N – загальна кількість фракцій; d_i – середній діаметр частинок фракції i .

Г. Мартіном [5] запропоновано розглядати суміш зерен як статистичну сукупність, при цьому крива щільності розподілу кількості зерен підпорядковується експоненціальному закону, тобто для кубічних частинок розміром d щільність розподілу матеріалу визначається співвідношенням

$$r[d] = A \cdot d^3 \cdot \exp[-a \cdot d], \quad (4)$$

де A, a – деякі емпіричні коефіцієнти.

Під час використання такого підходу функцію розподілу можна записати як

$$R[> d] = A \int_0^d d^3 \cdot \exp[-a \cdot d] dd. \quad (5)$$

Формулу (4) також запропонував А. Андреасен [6], приймаючи, що маса частинок подрібненого продукту є пропорційною їх характерному розміру (діаметру) в третьому ступені. Щільність розподілу матеріалу за формулою (4) зростає та сягає максимального значення для точки $d = 3/a$, а далі за $d \Rightarrow \infty$ знижується до мінімуму.

Для підвищення точності розрахунків за формулою (4) Н. Хейвудом було введено додатковий показник ступеня до експоненціального закону щільності розподілу кількості частинок [7]:

$$r[d] = A \cdot d^3 \cdot \exp[-a \cdot d^b]. \quad (6)$$

Крива, що описується рівнянням (6), також характеризується максимумом, але рівняння Хейвуда має складніший вигляд, не лінійнується та тому розповсюдження не отримало.

Під час узагальнення значної кількості результатів ситових аналізів різних роздроблених продуктів А. Годеном одержано емпіричне ступеневе рівняння для сумарної кількості дрібних фракцій [8]:

$$r[d] = A \cdot d^a. \quad (7)$$

Надалі С. Андреев, а потім Р. Шухман, аналізуючи процес подрібнення сипких матеріалів, пришли до того ж рівняння [9-11].

Щільність функції розподілу маси фракцій (7) також має ступеневий вигляд

$$r[d] = A \cdot a \cdot d^{a-1}. \quad (8)$$

Залежно від значення показника a крива щільності розподілу матеріалу монотонно знижується ($a < 1$) або монотонно підвищується ($a > 1$). Перевага рівнянь (7) і (8) полягає в їх простоті та легкості визначення коефіцієнтів.

На основі аналізу процесу подрібнення А. Вейнінгом [12] прийнято, що маса частинок є пропорційною їх діаметру в третьому ступені, тоді щільність розподілу кількості частинок від їх діаметру підпорядковується рівнянню

$$N[d] = B \cdot d^{-b} \cdot \exp[-a^2 \cdot d^2]. \quad (9)$$

де B, b – емпіричні коефіцієнти.

Тоді формулу щільності розподілу маси фракцій можна записати як

$$r[d] = B \cdot d^{3-b} \cdot \exp[-a^2 \cdot d^2]. \quad (10)$$

Відповідно формулі (10) за $b < 3$ щільність розподілу має максимальне значення, а якщо $b > 3$, то змінювання кривої відбувається за гіперболічним законом.

Розін і Раммлер [8], під час аналізу гранулометричного складу подрібнених продуктів як статистичної сукупності зерен, встановили, що щільність розподілу маси фракцій за ситовим складом добре описується розподілом Вейбулла:

$$r[d] = A \cdot a \cdot d^{a-1} \cdot \exp[-A \cdot d^a], \quad (11)$$

якому відповідає просте рівняння функції розподілу:

$$R[< d] = 1 - \exp[-A \cdot d^a]. \quad (12)$$

Рівняння гранулометричного складу за сумарним залишком матеріалу на ситі з отвором d отримало назву Розіна-Раммлера:

$$R[> d] = \exp[-A \cdot d^a]. \quad (13)$$

За наявності чисельних значень коефіцієнта a рівняння (13) дозволяє описати широкий клас кривих щільності гранулометричного складу. Коли $a > 1$ крива щільності зростає до максимуму, а потім знижується за асимптотичною залежністю, коли $a < 1$ крива щільності має форму гіперболи. Чим вище значення має показник A , тим більше вигнутою є крива гранулометричного складу.

Коли $a = 1$, рівняння (13) описує однопараметричний закон експоненціального розподілу:

$$R[> d] = \exp[-A \cdot d], \quad (14)$$

$$r[d] = A \cdot \exp[-A \cdot d]. \quad (15)$$

Математичні методи знаходять все більш широке використання під час вирішення різних питань переробки залізорудних сипких матеріалів на промислових підприємствах. У зв'язку з цим багато традиційних завдань їх переробки вимагають точнішої, а в деяких випадках і принципово нової постановки.

Одним з перспективних напрямів дослідження та моделювання процесів, що відбуваються під час переробки залізорудних сипких матеріалів, є використання балансового методу [13]. Одна з його переваг полягає у можливості описування технологічних процесів не тільки у масштабі всього підприємства, але й для окремих агрегатів.

Технологічна схема переробки сипких матеріалів є деяким графом, який характеризує баланс приходу та витрати матеріальних потоків і може бути описано системою балансових рівнянь.

У загальному вигляді таку схему розглядають як розгалужену мережу із зворотними зв'язками. Розташування апаратів у схемі та взаємозв'язок потоків продуктів визначають топологію схеми. Незалежно від характеру схеми та вживаних апаратів, виду сировини і його якості, для схеми в цілому та для кожної її операції (вузла) є справедливим закон матеріального балансу за загальним продуктом і складовими його компонентів.

У математичному плані балансовий метод розрахунків схем приводять до розв'язання системи алгебраїчних рівнянь. Для кожного i -го вузла схеми складають:

– балансове рівняння за масою продукту в цілому

$$\sum_{s=1}^{k_{i1}} \gamma_{is}^{\hat{a}\hat{o}} = \sum_{s=1}^{k_{i2}} \gamma_{is}^{\hat{a}\hat{u}\hat{o}}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (16)$$

– балансове рівняння за масою складових його компонентів

$$\sum_{s=1}^{k_{i1}} \gamma_{is}^{\hat{a}\hat{o}} \cdot \alpha_{js}^{\hat{a}\hat{o}} = \sum_{s=1}^{k_{i2}} \gamma_{is}^{\hat{a}\hat{u}\hat{o}} \cdot \alpha_{js}^{\hat{a}\hat{u}\hat{o}}, \quad j = \overline{1, m}, \quad (17)$$

де k_{i1}, k_{i2} – число продуктів на вході та виході вузла i відповідно; s – номер продукту вузла; $\gamma_{is}^{\hat{a}\hat{o}}, \gamma_{is}^{\hat{a}\hat{u}\hat{o}}$ – кількість продукту s на вході та виході вузла i відповідно; $\alpha_{js}^{\hat{a}\hat{o}}, \alpha_{js}^{\hat{a}\hat{u}\hat{o}}$ – вміст у продукті s компоненту j на вході та виході вузла відповідно; n – кількість вузлів; m – кількість компонентів.

Кількість доданків у балансових рівняннях визначається сумарним числом вхідних і вихідних продуктів відповідного вузла, а кількість рівнянь – числом компонентів m , що містяться у продуктах. Отже, для кожного вузла можна записати $m+1$ балансових рівнянь. Схема є взаємозв'язаною системою апаратів та одержані рівняння утворюють систему з $n \cdot (m+1)$ рівнянь. Розрахунок схеми приводять до розв'язання одержаної системи рівнянь, яка відображає матеріальний баланс продуктів і їх компонентів.

Розглядаємо процедуру складання рівнянь з використанням балансового методу. Вважають, що є який-небудь початковий продукт γ_0 , який розділяють на чотири фракції. Вихід першої фракції складає $\gamma_0^{(1)}$, другої – $\gamma_0^{(2)}$, третьої – $\gamma_0^{(3)}$ та четвертої – $\gamma_0^{(4)}$. Кожна фракція характеризується вмістом компонентів $\alpha_0^{(1)}, \alpha_0^{(2)}, \alpha_0^{(3)}, \alpha_0^{(4)}$, вміст компоненту в середньому за продуктом становить α_0 . Якщо початковий продукт γ_0 технологічно поділяють на два продукти (γ_1, γ_2) , і кожен з них, у свою чергу, піддають фракційному аналізу, то зберігаються загальний баланс маси початкового продукту,

баланс кожної фракції, баланс компонентів у кожній фракції та загальний баланс компонентів. Окрім того, для кожного з трьох продуктів є баланс за фракціями та вмістом у них компонентів. Подають систему рівнянь, що описує поділення однокомпонентного продукту на чотири фракції.

Баланс для всіх фракцій кожного продукту:

$$\gamma_0^{(1)} + \gamma_0^{(2)} + \gamma_0^{(3)} + \gamma_0^{(4)} = \gamma_0, \quad (18)$$

$$\gamma_1^{(1)} + \gamma_1^{(2)} + \gamma_1^{(3)} + \gamma_1^{(4)} = \gamma_1, \quad (19)$$

$$\gamma_2^{(1)} + \gamma_2^{(2)} + \gamma_2^{(3)} + \gamma_2^{(4)} = \gamma_2. \quad (20)$$

Баланс для кожної фракції у продуктах:

$$\gamma_1^{(1)} + \gamma_2^{(1)} = \gamma_0^{(1)}, \quad (21)$$

$$\gamma_1^{(2)} + \gamma_2^{(2)} = \gamma_0^{(2)}, \quad (22)$$

$$\gamma_1^{(3)} + \gamma_2^{(3)} = \gamma_0^{(3)}, \quad (23)$$

$$\gamma_1^{(4)} + \gamma_2^{(4)} = \gamma_0^{(4)}. \quad (24)$$

Баланс для компоненту кожної фракції:

$$\gamma_0^{(1)} \cdot \alpha_0^{(1)} + \gamma_0^{(2)} \cdot \alpha_0^{(2)} + \gamma_0^{(3)} \cdot \alpha_0^{(3)} + \gamma_0^{(4)} \cdot \alpha_0^{(4)} = \gamma_0 \cdot \alpha_0, \quad (25)$$

$$\gamma_1^{(1)} \cdot \alpha_1^{(1)} + \gamma_1^{(2)} \cdot \alpha_1^{(2)} + \gamma_1^{(3)} \cdot \alpha_1^{(3)} + \gamma_1^{(4)} \cdot \alpha_1^{(4)} = \gamma_0 \cdot \alpha_0, \quad (26)$$

$$\gamma_2^{(1)} \cdot \alpha_2^{(1)} + \gamma_2^{(2)} \cdot \alpha_2^{(2)} + \gamma_2^{(3)} \cdot \alpha_2^{(3)} + \gamma_2^{(4)} \cdot \alpha_2^{(4)} = \gamma_0 \cdot \alpha_0. \quad (27)$$

Баланс для компоненту кожної фракції у продуктах:

$$\gamma_1^{(1)} \cdot \alpha_1^{(1)} + \gamma_2^{(1)} \cdot \alpha_2^{(1)} = \gamma_0^{(1)} \cdot \alpha_0^{(1)}, \quad (28)$$

$$\gamma_1^{(2)} \cdot \alpha_1^{(2)} + \gamma_2^{(2)} \cdot \alpha_2^{(2)} = \gamma_0^{(2)} \cdot \alpha_0^{(2)}, \quad (29)$$

$$\gamma_1^{(3)} \cdot \alpha_1^{(3)} + \gamma_2^{(3)} \cdot \alpha_2^{(3)} = \gamma_0^{(3)} \cdot \alpha_0^{(3)}, \quad (30)$$

$$\gamma_1^{(4)} \cdot \alpha_1^{(4)} + \gamma_2^{(4)} \cdot \alpha_2^{(4)} = \gamma_0^{(4)} \cdot \alpha_0^{(4)}. \quad (31)$$

Таким чином, повний баланс для однокомпонентного продукту одного вузла за чотирма фракціями з розділенням на два потоки описують системою, що складається з рівнянь (18)-(31). Звідси можна записати лінійно залежні рівняння

$$\gamma_1 + \gamma_2 = \gamma_0, \quad (32)$$

$$\gamma_1 \cdot \alpha_1 + \gamma_2 \cdot \alpha_2 = \gamma_0 \cdot \alpha_0. \quad (33)$$

Для розділення одного вузла за фракціями справедливими є наступні співвідношення:

$$N_y = c \cdot (m + 1), \quad (34)$$

$$N_0 = z \cdot (m + 1), \quad (35)$$

$$N_0 = N_y + N_{np} = (m + 1) \cdot (\tilde{n} + z), \quad (36)$$

де N_y – кількість рівнянь для вузла за балансом фракцій та компонентів; c, m, z – кількість фракцій, компонентів і продуктів відповідно; N_{np} – кількість рівнянь продукту за балансом компонентів; N_0 – загальна кількість балансових рівнянь для вузла.

Для схеми, що містить n вузлів, кількість балансових рівнянь становить

$$N = n \cdot N_0 = n \cdot (m + 1) \cdot (t + z) . \quad (37)$$

Розв'язання системи балансових рівнянь ускладнено наявністю ряду обчислювальних складнощів, зокрема великою розмірністю системи, поганою обумовленістю (визначник є близьким до нуля), перевизначеністю та несумісністю. Принципову складність розрахунків схем спричинює наявність замкнених контурів. За відсутності у схемах таких контурів виконують послідовний розрахунок балансових систем окремих вузлів.

Вибір методу розрахунку балансової системи залежить від складності схеми, порядку системи, її обумовленості, обсягу інформації та її достовірності, необхідної точності й оперативності розрахунків.

Виконано багато спроб розв'язання балансових систем [14-25]. У роботах [14, 19] розглядається застосування методів лінійного програмування. У роботах [20-23] використовують імовірнісні методи, де враховується, що коефіцієнти системи є випадковими числами. У роботах [24,25] пропонують визначення продуктів виходу кожної з підсистем технологічного процесу розглядати як самостійне завдання, що дозволяє поділити поставлену задачу на малі (вузлові) системи, які розв'язують окремо.

Складнощі обчислювального характеру, зокрема обмеження пам'яті та швидкодії ПЕОМ, ускладнюють операції із системами великих розмірів, виникає проблема накопичення похибок вимірювань.

Висновки. Використання балансового методу дозволяє здійснити моделювання технологічних процесів як у рамках підприємства, так і для окремих агрегатів, що спричинює необхідність розробки методів розв'язання балансових рівнянь і на їх основі математичних моделей технологічних процесів, пов'язаних з переробкою сипких матеріалів.

ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Марюта А. Н.* Автоматический контроль гранулометрического состава сыпучих материалов / А. Н. Марюта, Ю. Г. Качан. – Киев-Донецк: Вища школа, 1977. – 120 с.
2. *Персиц В. З.* Измерение и контроль технологических параметров на обогатительных фабриках / В. З. Персиц. – М.: Недра, 1982. – 191 с.
3. *Миздряков О. А.* Дифференциальные методы гранулометрии / О. А. Миздряков. – М.: Металлургия, 1974. – 240 с.
4. *Шупов Л. П.* Моделирование и расчет на ЭВМ схем обогащения / Л. П. Шупов. – М.: Недра, 1980. – 288 с.
5. *Martin G.* Researches on the Theory of Fine Grinding / G. Martin, C. Blyth, H. Tongue // Trans. Ceramic Society. – 1924. – № 23. – P. 61-64.
6. *Andreasen A.* Zur Kenntnis des Mahlgutes / A. Andreasen // Kolloidchemische Beihefte. – 1928. – Bd. XXVII H. 6-1. – S. 350-390.
7. *Heywood H.* Calculation of the Specific Surface of a Power / H. Heywood // Prac. Inst. Mechan. Eng. – 1933. – Vol. 125. – P. 383-416.
8. *Gaudin A.* An investigation of Crushing Phenomena / A. Gaudin // Trans. AIME. – 1926. – Vol. LXXIII. – P. 253-310.
9. *Андреев С. Е.* Закономерности измельчения и исчисление характеристик гранулометрического состава / С. Е. Андреев, В. В. Товаров, В. А. Перов. – М.: Metallurgizdat, 1959. – 134 с.

10. *Андреев С. Е.* Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых / С. Е. Андреев, В. В. Зверевич, В. А. Перов. – М.: Госгортехиздат, 1961. – 143 с.
11. *Schuhmann R.* Principles of Comminution, Size Distribution and Surface calculation / R. Schuhmann // Mining Technology. – 1940. – № 4. – P. 38-45.
12. *Weining A. J.* Advances in mineral Processing material balances / A. J. Weining // Canadian Metallurgical Quarterly. – 1972. – Vol. 11. – № 2. – P. 356-362.
13. О возможности балансового расчета технологических схем обогащения методами линейной алгебры / Л. П. Шупов, Е. И. Сологуб, Л. З. Ярмоленко [и др.] // Сб. научн. трудов ин-та «Механобрчермет». – Вып. 10. – М.: 1971. – С. 232-237.
14. Сологуб Е. И. Решение систем линейных алгебраических уравнений с большим числом нулевых элементов на ЭЦВМ. / Е. И. Сологуб, Л. П. Шупов // Математические методы и ЭВМ в обогащении. – М.: Наука, 1971. – С. 46-53.
15. *Воеводин В. В.* Численные методы алгебры. Теория и алгоритмы / В. В. Воеводин. – М.: Наука, 1966. – 183 с.
16. *Тихонов А. Н.* Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. – М.: Наука, 1974. – 211 с.
17. *Форсайд Дж.* Численное решение систем линейных алгебраических уравнений / Дж. Форсайд, К. Молер. – М.: Мир, 1969. – 254 с.
18. *Шупов Л. П.* Математические методы составления баланса металла на горно-обогажительных комбинатах / Л. П. Шупов, О. В. Ярусова. – Киев: УкрНИИНТИ, 1968. – 130 с.
19. *Браун В. И.* Расчет баланса металлов методом корректировок измеренных данных по критерию максимального правдоподобия / В. И. Браун, И. М. Милин // Обогащение руд цветных металлов. – Вып. 142. – Л.: 1975. – С. 5-29.
20. *Емельянов Е. Г.* Общий алгоритм расчета баланса металлов / Е. Г. Емельянов // Сб. трудов ин-та «Механобр». – № 142. – Л.: 1975. – С. 39-49.
21. *Браун В. И.* Алгоритм расчета баланса металлов на обогажительных фабриках / В. И. Браун, Ю. В. Реуцкий // Известия вузов. Горный журнал. – 1971. – № 3. – С. 131-135.
22. *Kuchn D. R.* Computer Control, II mathematics of Control / D. R. Kuchn, H. Davidson. // Chemical Engineer Progress. – 1961. – Vol. 57. – № 6. – P. 124-126.
23. *Smith H. W.* Computer adjustment of metallurgical balances / H. W. Smith, N. Ichigen // Canadian Mining and Metallurgical Bulletin. – 1973. – № 737. – P. 97-100.
24. *Кононенко Б. А.* Оптимальные методы расчета технологических схем углеобогащения / Б. А. Кононенко, В. З. Персиц, Л. А. Барский // Сб. трудов ИОТТ. – 1976. – Т. V. – Вып. 1. – М.: Недра, 1976. – С. 10-16.
25. *Шупов Л. П.* Метод балансового расчета схем обогащения на ЭВМ / Л. П. Шупов, В. Г. Ройзен // Обогащение руд черных металлов. – 1978. – № 6. – С. 88-98.

Стаття надійшла до редакції 14.10.2010 р.

Рецензент, проф. Ю.Г. Качан